

DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN PREDMETA

Opće informacije		
Naziv predmeta	Mjera i integral	
Studijski program	1. Diplomski studij Matematika nastavnički smjer 2. Diplomski studij Diskretna matematika i primjene 3. Diplomski studij Fizika i matematika	
Godina	II. godina na studijskom programu 1. i 3. I. godina na studijskom programu 2.	
Status predmeta	Izborni na studijskom programu 1. i 3. Obvezatan na studijskom programu 2.	
Web stranica predmeta/MudRi	--	
Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku	Da	
Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave	ECTS koeficijent opterećenja studenata	6
	Broj sati (P+V+S)	30 + 30 + 0
Nositelj predmeta	Ime i prezime	Neven Grbac
	Ured	O-303
	Vrijeme za konzultacije	Poslije predavanja ili po dogovoru
	Telefon	584-661
	e-adresa	ngrbac at math dot uniri dot hr
Suradnik na predmetu	Ime i prezime	Nina Mostarac
	Ured	O-525
	Vrijeme za konzultacije	Srijeda – 14:30-16:00
	Telefon	584-666
	e-adresa	nmavrovic@math.uniri.hr
Suradnik na predmetu	Ime i prezime	Marina Šimac
	Ured	O-525
	Vrijeme za konzultacije	Utorak, 12:00 – 13:30
	Telefon	584-671
	e-adresa	msimac@math.uniri.hr

1. OPIS PREDMETA

1.1. Ciljevi predmeta

Osnovni cilj kolegija jest upoznati studente s osnovnim pojmovima teorije mjere i integrala. U tu je svrhu u okviru kolegija potrebno:

- definirati mjeru i analizirati njena svojstva,
- opisati osnovne primjere prostora s mjerom

- definirati Lebesgueovu mjeru i analizirati njena svojstva
- definirati pojam izmjerive funkcije
- definirati integral funkcije na prostoru s mjerom i analizirati njegova svojstva
- dokazati Lebesgueov teorem o monotonij i dominiranoj konvergenciji te Fatouovu lemu
- opisati konstrukciju produktne mjere te dokazati Fubinijev teorem
- opisati pojmove apsolutne neprekidnosti i singularnosti mjere
- dokazati Radon-Nikodymov teorem
- analizirati vezu između Riemannovog i Lebesgueovog integrala

1.2. Korelativnost i korespondentnost predmeta

Nema uvjeta

1.3. Očekivani ishodi učenja za predmet

Očekuje se da nakon odslušanog kolegija i položenog ispita studenti:

- budu osposobljeni za argumentiranu uporabu svojstava mjere i integrala (A7,B7,C7)
- poznaju neke primjere mjera s posebnim naglaskom na Lebesgueovu mjeru (A7,B7,C7)
- budu osposobljeni da argumentirano koriste teoreme o konvergenciji u rješavanju zadataka (A7,B7,C7,F7)
- budu osposobljeni za argumentiranu uporabu Fubinijevog teorema u rješavanju zadataka (A7,B7,C7,F7)
- poznaju pojmove apsolutne neprekidnosti i singularnosti mjere te odnose među njima (A7,B7,C7,F7)
- poznaju veze i razlike između Riemannovog i Lebesgueovog integrala (A7,B7,C7)
- mogu matematički dokazati utemeljenost postupaka i formula kojima se služe u okviru ovog kolegija. (A7,B7,C7,F7)

1.4. Okvirni sadržaj predmeta

Prsten, algebra, σ -algebra skupova. Borelovi skupovi. Mjera, vanjska mjera. Lebesgueova mjera.

Teoremi o monotonij i dominiranoj konvergenciji, Fatouova lema. Produkt mjera. Fubinijev teorem.

Apsolutna neprekidnost i singularnost mjera. Radon-Nikodymov teorem. Veza Riemannovog i Lebesgueovog integrala.

1.5. Vrste izvođenja nastave

- ☒ predavanja
- ☒ seminari i radionice
- ☒ vježbe
- ☐ e-učenje
- ☐ terenska nastava
- ☐ praktična nastava
- ☐ praktikumska nastava

- ☒ samostalni zadaci
- ☐ multimedija i mreža
- ☐ laboratorijski rad
- ☐ projektna nastava
- ☐ mentorski rad
- ☐ konzultativna nastava
- ☐ ostalo

1.6. Komentari

1.7. Obveze studenata i način vrednovanja obveza

Svaki je student obavezan zadovoljiti uvjete za pristup završnom ispitu te položiti završni ispit

iz ovog kolegija.

Rad studenata prati se kontinuirano. Njihov rad se vrednuje i ocjenjuje tijekom nastave i na završnom ispitu.

Ukupan broj bodova koji student može ostvariti tijekom nastave je 70. Završni ispit se boduje s maksimalno 30 bodova. Detaljna razrada načina praćenja i ocjenjivanja rada studenata bit će prikazana u poglavlju o sustavu ocjenjivanja.

2. SUSTAV OCJENJIVANJA

2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tijekom nastave i na završnom ispitu

KOLOKVIJI

Tijekom semestra pisat će se dva kolokvija (kontrolne zadaće) koje će uključivati praktične zadatke iz vježbi i zadatke vezane uz gradivo obrađeno na predavanjima, a na svakom kolokviju student će moći sakupiti maksimalnih **25** bodova, dakle ukupno na oba kolokvija **50** bodova. Da bi imao pravo pristupiti završnom ispitu student mora postići barem **50%** od ukupnog broja bodova, dakle **25** bodova.

DOMAĆE ZADAĆE

Tijekom semestra izrađivat će se tjedne domaće zadaće koje će uključivati praktične zadatke iz sadržaja vježbi, te zadatke koji će omogućiti bolje razumijevanje i praćenje predavanja. Domaće zadaće iz vježbi studenti predaju osobno na vježbama asistentu, a iz predavanja nastavniku na predavanjima. Sama izrada domaćih zadaća ne donosi bodove, nego se u sklopu sudjelovanja na nastavi boduje razumijevanje izrađenih domaćih zadaća.

SUDJELOVANJE U NASTAVI

Aktivno sudjelovanje u nastavi obuhvaća dolazak studenata na vježbe i predavanja, samu izradu domaćih zadaća i njihovo razumijevanje, kontinuirano praćenje predavanja i vježbi s razumijevanjem, te aktivno sudjelovanje u nastavi kroz odgovaranje na postavljena pitanja i zadatke. Na ovoj aktivnosti studenti mogu skupiti maksimalnih **20** bodova. Od toga **10** bodova dodjeljuje asistent na vježbama: maksimalno **2** boda za sam dolazak studenata na vježbe (manje od 7 dolazaka 0 bodova, 8-11 dolazaka 1 bod, više od 12 dolazaka 2 boda), te maksimalno **8** bodova za aktivno sudjelovanje na vježbama na osnovu subjektivne procjene asistenta. Preostalih **10** bodova dodjeljuje nastavnik na predavanjima: maksimalno **2** boda za sam dolazak studenata na vježbe (manje od 7 dolazaka 0 bodova, 8-11 dolazaka 1 bod, više od 12 dolazaka 2 boda), te maksimalno **8** bodova za aktivno sudjelovanje na predavanjima na osnovu subjektivne procjene nastavnika.

Završni ispit

UVJETI PRISTUPANJA ZAVRŠNOM ISPITU:

1. Minimalno 25 bodova ostvarenih na kolokvijima,
2. Minimalno 8 bodova ostvarenih kroz aktivno sudjelovanje u nastavi,

3. Minimalno 50 prikupljenih ocjenskih bodova.

Završnom ispitu imaju pravo pristupiti studenti koji ispunjavaju sva tri navedena uvjeta. Održava se u tri različita termina. Završni ispit je usmeni ili pismeni ispit u kojem se provjerava razumijevanje i stupanj usvajanja cjelokupnog gradiva predavanja i vježbi. Završni ispit može biti prolazan ili neprolazan. U slučaju prolaznog završnog ispita može se dobiti maksimalno **30** bodova na osnovi procjene nastavnika (ispitivača) koji se pribrajaju prethodnima i prema ukupnom rezultatu formira se pripadajuća ocjena. Ukoliko završni ispit nije prolazan, studenti imaju pravo ponovo izaći u jednom od narednih termina završnog ispita.

Popravni ispit

UVJETI PRISTUPANJA POPRAVNOM ISPITU:

1. minimalno 20 bodova ostvarenih na kolokvijima,
2. minimalno 6 bodova ostvarenih kroz aktivno sudjelovanje u nastavi,
3. minimalno 40 prikupljenih ocjenskih bodova,
4. nisu ispunjeni uvjeti pristupanja završnom ispitu.

Popravnom ispitu imaju pravo pristupiti studenti koji ispunjavaju sva četiri navedena uvjeta, a održava se u vrijeme zadnjeg (trećeg) termina završnog ispita. Popravni ispit je usmeni ili pismeni ispit u kojem se provjerava razumijevanje i stupanj usvajanja cjelokupnog gradiva predavanja i vježbi. Popravni ispit može biti prolazan ili neprolazan. U slučaju prolaznog popravnog ispita dobiva se upravo onoliko bodova koliko nedostaje do ukupno **50** ocjenskih bodova.

Ponovni upis predmeta

Studenti koji nisu zadovoljili uvjete za prolaznu ocjenu iz ovog kolegija moraju iduće akademske godine ponovo upisati taj predmet. To se dešava u jednom od sljedećih slučajeva:

1. nisu zadovoljena sva četiri uvjeta pristupanja popravnom ispitu,
2. uvjeti pristupanja popravnom ispitu su ispunjeni, ali popravni ispit je neprolazan, uvjeti pristupanja završnom ispitu su ispunjeni, ali niti jedan završni ispit nije prolazan.

2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu

AKTIVNOST KOJA SE BODUJE	MINIMALNI BROJ BODOVA ZA IZLAZAK NA ZAVRŠNI ISPIT	MINIMALNI BROJ BODOVA ZA IZLAZAK NA POPRAVNI ISPIT
Kolokviji	25	20
Aktivno sudjelovanje u nastavi	8	6
UKUPNO:	50	40
OSTALI UVJETI:		

2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na popravnom/završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

Ocjena	Prediplomski studij	Diplomski studij
5 (A)	od 80 do 100 ocjenskih bodova	od 90 do 100 ocjenskih bodova
4 (B)	od 70 do 79,9 ocjenskih bodova	od 80 do 89,9 ocjenskih bodova
3 (C)	od 60 do 69,9 ocjenskih bodova	od 70 do 79,9 ocjenskih bodova
2 (D)	od 50 do 59,9 ocjenskih bodova	od 60 do 69,9 ocjenskih bodova
2 (E)	od 40 do 49,9 ocjenskih bodova	od 50 do 59,9 ocjenskih bodova
1 (FX)	od 30 do 39,9 ocjenskih bodova	od 40 do 49,9 ocjenskih bodova
1 (F)	od 0 do 29,9 ocjenskih bodova	od 0 do 39,9 ocjenskih bodova

3. Literatura

3.1. Obvezna literatura

1. Sibe Mardešić: Matematička analiza II, Školska knjiga, Zagreb, 1977
2. Donald L.Cohn: Measure theory, Birkhäuser Boston, 1994

3.2. Dodatna literatura

1. P.Halmos: Measure theory, Springer-Verlag, New York, 1974
2. N.Antonić, M.Vrdoljak: Mjera i integral, PMF-Matematički odjel, Zagreb, 2001

4. Dodatne informacije o predmetu

4.1. Pohađanje nastave

- Neredovitim pohađanjem nastave smatra se ne pohađanje više od 30% sati predavanja ili vježbi
- Ne tolerira se kašnjenje i remećenje nastave (ulasci/izlasci, mobitel i sl.) smatraju se ne pohađanjem nastave
- Upozoravaju se studenti na obavezu studenata da se informiraju o nastavi s koje su izostali;
- procedura u slučaju neredovitoga pohađanja nastave (ili kašnjenja) je ukidanje prava izlaska na završni i popravni ispit, odnosno student mora ponovo upisati kolegij neovisno o ispunjavanju uvjeta za pristup ispitima koji su navedeni u poglavlju o sustavu ocjenjivanja;

4.2. Način informiranja studenata

- Studenti dobivaju obavijesti o kolegiju isključivo tijekom nastave, osim ako se na nastavi ne dogovori drugačije;
- Upozoravaju se studenti na njihovu osobnu odgovornost da budu redovito informirani.

4.3. Ostale relevantne informacije

- Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Tijekom rada na kolegiju poticati će se poučavanje usmjereno studentu i aktivni pristup

učenju.

- Prilikom izrade zadataka predviđenih planom i programom kolegija studenti se ne smiju služiti tuđim tekstom kao svojim. Svako neovlašteno preuzimanje tuđega teksta bez navođenja izvora smatra se intelektualnom krađom i podložno je sankcijama predviđenim važećim aktima!
- Za uspješan rad na kolegiju od studenta se očekuje poznavanje engleskog jezika (čitanje i razumijevanje teksta na engleskom jeziku).

4.4. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe predmeta

Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Odjela za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. U zadnjem tjednu nastave tekućega semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog predmeta. Na kraju semestra provest će se analiza uspješnosti studenata na održanim ispitima iz ovog predmeta.

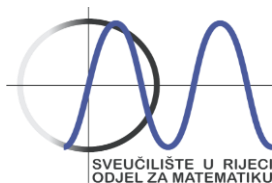
4.5. Ispitni rokovi

Zimski	10.2. završni u 13 sati, popravni u 10 sati 24.2. završni u 13 sati, popravni u 10 sati
Proletni izvanredni	25.3. završni u 15 sati, popravni u 13 sati
Ljetni	-----
Jesenski izvanredni	-----

5. RASPORED IZVOĐENJA NASTAVE I ODRŽAVANJA KOLOKVIJA U AKADEMSKOJ GODINI 2014./2015.

DATUM	VRIJEME	VRSTA NASTAVE	NAZIV TEME	GRUPA	PROSTORIJA
5.10.2015.	11.15-12.45	P	Uvodno predavanje. Motivacija.	Sva predavanja i vježbe su za sve upisane studente	Sva predavanja i vježbe uvijek u O-335
7.10.2015.	12.15-13.45	P	Osnovni pojmovi: sigma algebra, mjera i izmjeriv prostor, osnovni primjeri.		
12.10.2015.	11.15-12.45	P	Konstrukcija Lebesgueove mjere I.		
14.10.2015.	12.15-13.45	P	Konstrukcija Lebesgueove mjere II.		
19.10.2015.	11.15-12.45	Av	Uvodne vježbe. Motivacija.		
21.10.2015.	12.15-13.45	P	Konstrukcija Lebesgueove mjere III.		
26.10.2015.	11.15-12.45	Av	Osnovni pojmovi: sigma algebra, mjera i izmjeriv prostor, osnovni primjeri.		
28.10.2015.	12.15-13.45	P	Borelove mjere na R. Izmjerive funkcije.		

2.11.2015.	11.15-12.45	Av	Konstrukcija Lebesgueove mjere I.		
4.11.2015.	12.15-13.45	P	Definicija Lebesgueovog integrala i osnovna svojstva. Veza Riemannovog i Lebesgueovog integrala.		
9.11.2015.	11.15-12.45	Av	Konstrukcija Lebesgueove mjere II.		
11.11.2015.	12.15-13.45	P	Teoremi o monotonij i dominiranoj konvergenciji. Fatouova lema.		
16.11.2015.	11.15-12.45	Av	Konstrukcija Lebesgueove mjere III.		
18.11.2015.	12.15-13.45	P	Lp prostori I		
23.11.2015.	11.15-12.45	Av	Borelove mjere na $\mathbb{R}$. Izmjerive funkcije.		
25.11.2015.	12.15-13.45	Av	Definicija Lebesgueovog integrala i osnovna svojstva. Veza Riemannovog i Lebesgueovog integrala.		
30.11.2015.	11.15-12.45	Av	Teoremi o monotonij i dominiranoj konvergenciji. Fatouova lema.		
2.12.2015.	12.15-13.45	Av	Kolokvij.		
7.12.2015.	11.15-12.45	Av	Lp prostori I		
9.12.2015.	12.15-13.45	P	Lp prostori II		
14.12.2015.	11.15-12.45	Av	Lp prostori II		
16.12.2015.	12.15-13.45	P	Načini konvergencije funkcija i veze među njima I.		
21.12.2015.	11.15-12.45	Av	Načini konvergencije funkcija i veze među njima I.		
23.12.2015.	12.15-13.45	P	Načini konvergencije funkcija i veze među njima II.		
11.1.2016.	11.15-12.45	Av	Načini konvergencije funkcija i veze među njima II.		
13.1.2016.	12.15-13.45	P	Prostor produktne mjere. Fubinijev teorem.		
18.1.2016.	11.15-12.45	Av	Prostor produktne mjere. Fubinijev teorem.		



Sveučilište u Rijeci • Odjel za matematiku

Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska

T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699

<http://www.math.uniri.hr> • e-adresa: math@math.uniri.hr

20.1.2016.	12.15-13.45	P	Apsolutna neprekidnost i singularnost mjere.		
25.1.2016.	11.15-12.45	Av	Kolokvij.		
27.1.2016.	12.15-13.45	P	Radon-Nikodymov teorem.		

**Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.*

P – predavanja

AV – auditorne vježbe

VP – vježbe u praktikumu

MV – metodičke vježbe

S - seminari