FIZIKA III: VALOVI I OPTIKA

Drugi kolokvij 23. 1. 2024.

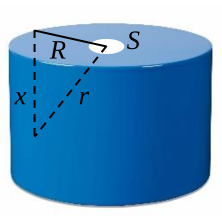
ZADATAK 1 Sferna površina plankonveksne leće postavljena je na staklenu ploču. Prostor između leće i ploče ispunjen je ugljikovim dioksidom. Indeks loma leće je $n_1 = 1{,}5$, ugljikovog dioksida je $n_2 = 1{,}63$, a ploče $n_3 = 1{,}7$. Polumjer zakrivljenosti sferne površine leće iznosi $R = 100$ cm. Odredite polumjer 5-tog tamnog Newtonovog prstena u reflektiranoj svjetlosti valne duljine $\lambda = 0{,}5$ μm.

ZADATAK 2 Okomito na optičku rešetku konstante $h = 1/400$ mm, pada snop monokromatske svjetlosti valne duljine $\lambda = 520$ nm.
(a) Koliki je broj difrakcijskih maksimuma koje daje ova rešetka?
(b) Koliki kut odgovara difrakcijskom maksimumu najvišeg reda?

ZADATAK 3 Prirodna svjetlost intenziteta I upada pod Brewsterovim kutom na površinu optičkog sredstva indeksa loma n. Koristeći Fresnelove jednakosti odredite intenzitet reflektirane svjetlosti i stupanj polarizacije reflektirane zrake.

ZADATAK 4 Uzak snop rendgenskih zraka valne duljine 62 pm prolazi kroz aluminijsku ploču debljine 2,6 cm. Kolika mora biti debljina olovne ploče da intenzitet zračenja nakon izlaska bude jednak onome nakon prolaska aluminijskom pločom? Koeficijenti apsorpcije podijeljeni gustoćom $\mu = \kappa/\rho$ za aluminij i olovo su 3,48 $\mathrm{cm^2 \cdot g^{-1}}$ i 72 $\mathrm{cm^2 \cdot g^{-1}}$.

ZADATAK 5 Okomiti snop svjetlosti iz projektora tvori svjetlosni krug površine $S = 100\ \mathrm{cm^2}$ točno u središtu stropa okrugle sobe polumjera $R = 2$ m. Osvjetljenje kruga je $E = 1000$ lx. Koeficijent refleksije stropa je $\rho = 0{,}8$. Nađite maksimalno osvjetljenje zidova sobe (plašt cilindra) koju stvara svjetlost kruga reflektiranog sa stropa. Prepostavlja se da je krug reflekira svjetlost difuzno, odnosno, da predstavlja Lambertov izvor svjetlosti.



Uputa: polumjer kruga je puno manji od R pa zato možemo računati s krugom kao s točkastim, plošnim izvorom.

1.

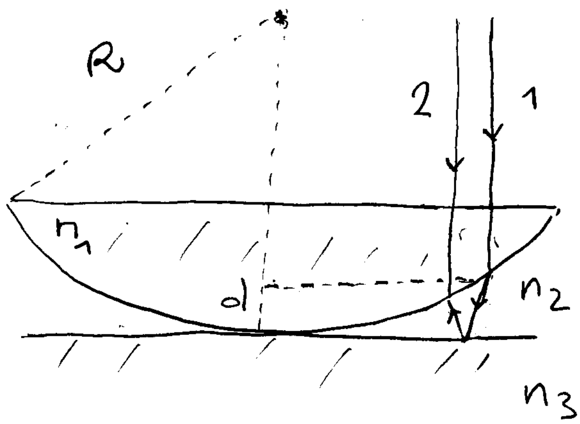
$n_1 = 1,5$

$n_2 = 1,63$

$n_3 = 1,7$

$R = 100\ \text{cm}$

$\lambda = 0,5\ \mu\text{m}$



I zraka 1 i zraka 2 reflektiraju se na gušćem optičkom sredstvu pa je optička razlika putova za te zrake

$$\delta \simeq 2 n_2 d$$

odnosno, nema faznog pomaka. Zbog

$$d \simeq \frac{r^2}{2R}$$

uvjet za tamne prstene glasi (poništenje)

$$\delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad ; \quad m = 0,1,2,\dots$$

$$2n_2 \cdot \frac{r^2}{2R} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$r_m = \sqrt{\frac{1}{2}(2m+1)\frac{R\lambda}{n_2}}$$

Za $m=5$ dobijemo

$$r_5 = \sqrt{\frac{1}{2}\cdot 11 \cdot \frac{1\cdot 0,5\cdot 10^{-6}}{1,63}} = 1,3\ \text{mm}$$

Računamo li i $m=0$ kao prsten, tada za $m=4$ dobijemo

$$r_4 = 1,17\ \text{mm}$$

10.5

$$h = \frac{1}{400}\ \text{mm}$$

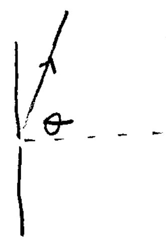
$$\lambda = 520\ \text{nm}$$

(a)

$$\sin\theta = \frac{k\lambda}{h} \quad (\text{pojačanja})$$

$$k_{max} \leq \frac{\sin\theta_{max} \cdot h}{\lambda}$$

$$\theta_{max} = 90^\circ$$



$$k_{max} \leq \frac{1/400 \cdot 10^{-3}}{520 \cdot 10^{-9}} = 4{,}8$$

$$k_{max} = 4$$

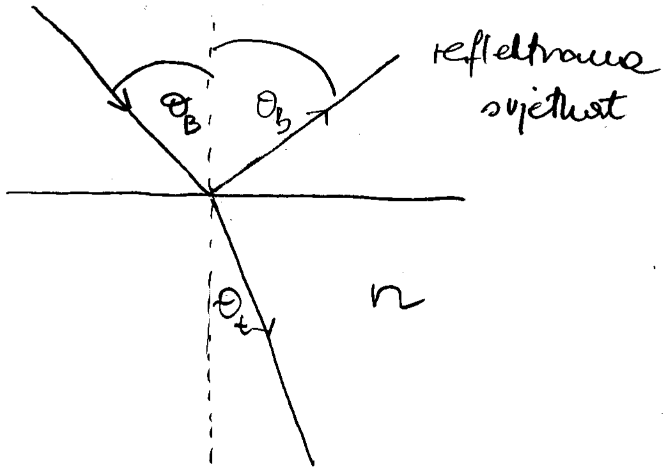
(b)

$$\theta_{max} = \arcsin\left(\frac{k_{max} \cdot \lambda}{h}\right) = \arcsin\left(\frac{4 \cdot 520 \cdot 10^{-9}}{\frac{1}{400} \cdot 10^{-3}}\right)$$

$$= \arcsin(0{,}832)$$

$$= 56{,}3^\circ$$

3.



$$\theta_B + \theta_t = \frac{\pi}{2}$$

Nađimo najprije intenzitete za okomitu i paralelnu komponentu reflektiranog polja. Intenzitete dobijamo kvadriranjem Fresnelovih formula

$$\left(\frac{E_{or}}{E_{oi}}\right)_\perp^2 = \frac{I'_\perp}{I_\perp} = \frac{(n_i \cos\theta_i - n_t \cos\theta_t)^2}{(n_i \cos\theta_i + n_t \cos\theta_t)^2}$$

$$\left(\frac{E_{or}}{E_{oi}}\right)_\parallel^2 = \frac{I'_\parallel}{I_\parallel} = \frac{(n_t \cos\theta_i - n_i \cos\theta_t)^2}{(n_i \cos\theta_t + n_t \cos\theta_i)^2}$$

U ova dva izraza treba uvrstiti Snellov zakon.

$$n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t \Rightarrow n_i = n_t \frac{\sin\theta_t}{\sin\theta_i}$$

Na primjer, za okomitu komponentu u brojniku dobijemo

$$n_i^2 \cos^2\theta_i - 2 n_i n_t \cos\theta_i \cdot \cos\theta_t + n_t^2 \cos^2\theta_t =$$

$$= n_t^2 \frac{\sin^2\theta_t \cos^2\theta_i}{\sin^2\theta_i} - 2 n_t^2 \frac{\sin\theta_t \cos\theta_i \cos\theta_t}{\sin\theta_i}$$

$$+ n_t^2 \cos^2\theta_t$$

$$= \frac{n_t^2}{\sin^2\theta_i}\Big[\sin^2\theta_t\cos^2\theta_i - 2\sin\theta_i\cdot\sin\theta_t\cos\theta_i\cdot\cos\theta_t + \cos^2\theta_t\sin^2\theta_i\Big]$$

$$= \frac{n_t^2}{\sin^2\theta_i}\left[\sin\theta_i\cos\theta_i - \sin\theta_t\cos\theta_i\right]^2 = \frac{n_t^2}{\sin^2\theta_i}\sin^2(\theta_i-\theta_t)$$

U nazivniku se dobije slično samo s predznakom +

$$(n_i\cos\theta_i + n_t\cos\theta_t)^2 = \frac{n_t^2}{\sin^2\theta_i}\sin^2(\theta_i+\theta_t)$$

Prema tome,

$$J_\perp' = J_\perp\frac{\sin^2(\theta_i-\theta_t)}{\sin^2(\theta_i+\theta_t)}$$

Na sličan način, dobili bi

$$J_\parallel' = J_\parallel\frac{\tan^2(\theta_i-\theta_t)}{\tan^2(\theta_i+\theta_t)}$$

Intenzitet reflektirane svjetlosti je

$$J' = J_\perp' + J_\parallel' = \frac{J}{2}\left[\frac{\sin^2(\theta_i-\theta_t)}{\sin^2(\theta_i+\theta_t)} + \frac{\tan^2(\theta_i-\theta_t)}{\tan^2(\theta_i+\theta_t)}\right]$$

jer je za nepolariziranu svjetlost

$$J_\parallel = J_\perp = \frac{J}{2}$$

Za Brewsterov kut vrijedi: $\theta_i = \theta_B$; $\theta_t = \theta$

$$\theta_B + \theta = \pi/2$$

$\tan(\theta+\theta_B) \to \infty$ pa je drugi član u gornjoj jednakosti jednak nuli

Ostaje pri članu: $\sin(\theta_B+\theta) = 1$

$$\sin(\theta-\theta_B) = \underbrace{\sin\theta}_{\cos\theta_B}\cos\theta_B - \sin\theta_B\underbrace{\cos\theta}_{\sin\theta_B}$$

Iz Snellovog zakona je

$$\tan\theta_B = n$$

$$\sin\theta_B = \frac{\tan\theta_B}{\sqrt{1+\tan^2\theta_B}} = \frac{n}{\sqrt{1+n^2}}$$

$$\cos\theta_B = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta_B}} = \frac{1}{\sqrt{1+n^2}}$$

$$\sin(\theta-\theta_B) = \frac{1}{n^2+1} - \frac{n^2}{n^2+1} = \frac{1-n^2}{1+n^2}$$

pa dobijemo

$$J' = \frac{J}{2}\cdot\frac{(n^2-1)^2}{(n^2+1)^2}$$

Stupanj polarizacije reflektirane zrake je 1.

$\boxed{12.2}$

$\lambda = 62\ pm$

$d_1 = 2{,}6\ cm$

$\mu_{Al} = 3{,}48\ cm^2 g^{-1}$

$\mu_{Pb} = 72\ cm^2 g^{-1}$

$\rho_{Al} = 2{,}7\ g cm^{-3}$

$\rho_{Pb} = 11{,}3\ g cm^{-3}$

$$I_{Al} = I_0\, e^{-\varkappa_{Al} \cdot d_1}$$

$$I_{Pb} = I_0\, e^{-\varkappa_{Pb} \cdot d_2}$$

Uvjet zadatka : $I_{Al} = I_{Pb}$

$$\varkappa_{Al} \cdot d_1 = \varkappa_{Pb} \cdot d_2$$

$$\mu_{Al} = \frac{\varkappa_{Al}}{\rho_{Al}} \ ; \ \mu_{Pb} = \frac{\varkappa_{Pb}}{\rho_{Pb}}$$

$$\mu_{Al}\, \rho_{Al} \cdot d_1 = \mu_{Pb} \cdot \rho_{Pb}\, d_2$$

$$d_2 = d_1 \frac{\mu_{Al} \cdot \rho_{Al}}{\mu_{Pb}\, \rho_{Pb}} = 2{,}6\ \frac{3{,}47 \cdot 2{,}7}{72 \cdot 11{,}3}$$

$$= \underline{\underline{0{,}03\ cm}}$$

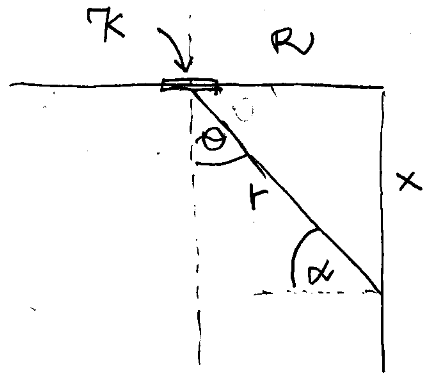
$\boxed{5.}$

$S = 100\ \mathrm{cm}^2$

$R = 2\ \mathrm{m}$

$E = 1000\ \mathrm{lx}$

$\rho = 0{,}8$



Osvijetljeni dio stropa djeluje kao sekundarni izvor. Svjetlosni tok koji padne na taj dio glasi

$$\Phi = E \cdot S$$

Zbog smanjene refleksije, svjetlosni tok kojeg zrači osvijetljeni krug K je

$$\Phi' = \rho\,\Phi = \rho E \cdot S$$

Osvjetljenje na mjestu x od vrha stropa je

$$\Delta E = \frac{\Delta I}{r^2} \cos\alpha$$

gdje je ΔI svjetlosna jakost kruga K. Budući se radi o plošnom izvoru koji je difuzan (Lambertov)

$$\Delta I = L_0 \cos\theta \cdot S$$

gdje je

$$L_0 = \frac{M}{\pi} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\Phi'}{S}$$

Imamo,

$$\Delta I = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\Phi'}{\cancel{S}} \cos\theta \cdot \cancel{S} = \frac{1}{\pi} \cdot \rho E S \cdot \cos\theta$$

Imamo,

$$\Delta E = \frac{\rho E S}{\pi} \cdot \frac{\cos\alpha \cdot \cos\theta}{r^2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta$$

$$\cos\alpha = \frac{R}{r} \quad ; \quad r^2 = x^2 + R^2$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

pa je osvjetljenje

$$\Delta E = \frac{\rho E \cdot S \cdot R}{\pi} \cdot \frac{x}{(x^2+R^2)^2}$$

Tražimo maksimum

$$\frac{d(\Delta E)}{dx} = \frac{(x^2+R^2)^2 - x \cdot 2(x^2+R^2) \cdot 2x}{(x^2+R^2)^4}$$

$$\left.\frac{d(\Delta E)}{dx}\right|_{x=x_0} = 0 \Rightarrow (x_0^2+R^2)\left[x_0^2+R^2-4x_0^2\right] = 0$$

$$\boxed{x_0 = \frac{R}{\sqrt{3}}}$$

Osvjetljenje postaje

$$\Delta E(x_0) = \frac{\rho E S R}{\pi} \cdot \frac{R/\sqrt{3}}{\left(\frac{R^2}{3}+R^2\right)^2} = \frac{\rho E S \cdot R}{\pi} \cdot \frac{\frac{R}{\sqrt{3}}}{\left(\frac{4}{3}R^2\right)^2}$$

$$= \frac{9}{16\pi\sqrt{3}} \cdot \frac{\rho E S}{R^2} = \frac{9}{16\pi\sqrt{3}} \cdot \frac{0{,}8 \cdot 1000 \cdot 100 \cdot 10^{-4}}{2^2}$$

$$= 0{,}21\ lx$$

Je li to maksimalno osvjetljenje? Prema slici, osvjetljenje pada tako da ne može biti minimum; znači je maksimum.