

# FIZIKA ČVRSTOG STANJA I

Treći kolokvij 05.06.2020.

1. Elektromagnetski val koji se širi površinom metala može otežati opažanje (volumnih) plazmona, kolektivnih pobuđenja slobodnih elektrona u metalima. Pretpostavimo da metal ispunjava poluprostor  $z > 0$  i neka se u poluprostoru  $z < 0$  nalazi vakuum. Prepostavite, nadalje, da je gustoća slobodnog naboja jednaka nuli u oba poluprostora. Površinski plazmon je rješenje Maxwellovih jednadžbi oblika:

$$E_x^> = Ae^{iqx}e^{-Kz}, \quad E_y^> = 0, \quad E_z^> = Be^{iqx}e^{-Kz}, \quad z > 0$$

$$E_x^< = Ce^{iqx}e^{K'z}, \quad E_y^< = 0, \quad E_z^< = De^{iqx}e^{K'z}, \quad z < 0$$

gdje su  $q$ ,  $K$  i  $K'$  i realni, te  $K$  i  $K' > 0$ .

(a) Uvrstite navedena rješenja u Maxwellove jednadžbe (CGS sustav)

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

$$-\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\omega) \mathbf{E}$$

gdje je  $\epsilon(\omega)$  kompleksna dielektrična konstanta za metal dobivena u Drudeovom modelu. Primijetite da za vakuum vrijedi  $\epsilon = 1$ . Kako glase jednadžbe za  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $q$ ,  $K$  i  $K'$  koje dobivate nakon uvrštavanja?

(b) Prepostavite uobičajene rubne uvjete za električno polje  $\mathbf{E}$  i električni pomak  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$  po ravni  $z = 0$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}^> - \mathbf{E}^<) = 0$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}^> - \mathbf{D}^<) = 0$$

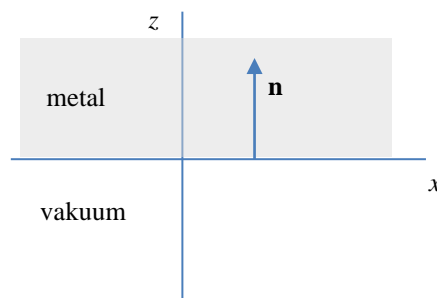
Napišite dvije jednadžbe za koeficijente  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i  $D$  koje dobivate uvrštavanjem pretpostavljenog rješenja u rubne uvjete.

(c) Iz šest jednadžbi koje ste dobili pod (a) i (b), nađite  $q$ ,  $K$  i  $K'$  kao funkcije od  $\omega$ . Koji uvjet mora zadovoljiti dielektrična konstanta da ove veličine budu realne?

(d) Pokažite da u granici  $qc \gg \omega$  postoji rješenje za frekvenciju

$$\omega_0 = \frac{\omega_p}{\sqrt{2}}$$

gdje je  $\omega_p$  plazmena frekvencija. Zbog  $\omega_0 \sim \omega_p$  uzmite da  $\omega\tau \gg 1$  i  $\epsilon(\omega) = 1 - (\omega_p/\omega)^2$ . Ispitajte  $K$  i  $K'$  i pokažite da je val omeđen uz površinu  $z = 0$ . Kakva je polarizacija ovog površinskog EM vala?



2. (a) Upotrijebite aproksimaciju čvrste veze te izvedite izraz za energijsku  $s$ -vrpću u bcc rešetki iz atomske  $s$ -razine. Tijekom računa uzimite u obzir standardne pretpostavke: sumacija po najbližim susjedima te zanemarite koeficijent  $a_{lm}(\mathbf{R})$ .

(b) Kakva je ovisnost energije o valnom vektoru na dnu vrpce, za  $\mathbf{k} \approx 0$ ?

(c) Kakva je ovisnost energije o valnom vektoru na rubovima 1BZ, za  $\mathbf{k} \approx (\pm\pi/a, \pm\pi/a, \pm\pi/a)$ ?

**Uputa:** prisjetite se da u bcc rešetki broj najbližih susjeda (koordinacijski broj) iznosi 8

$$\mathbf{R}_m = \left\{ \frac{a}{2} (\pm 1, \pm 1, 1), \frac{a}{2} (\pm 1, \pm 1, -1) \right\}$$