

FIZIKA ČVRSTOG STANJA I

Drugi kolokvij 15.05.2020.

1. Razmotrite lanac identičnih atoma u kojem su atomi na krajevima lanca učvršćeni i ne mogu titrati. Neka je a udaljenost susjednih atoma, m masa atoma i K konstanta elastičnosti hamonijske sile među atomima. Uzmite u obzir samo interakciju između najbližih susjeda i nađite:

- jednadžbe gibanja;
- spektar karakterističnih valnih vektora k ;
- disperziju $\omega = \omega(k)$ ovog lanca;
- ukupni broj dozvoljenih titranja, odnosno, različitih frekvencija;
- najvišu frekvenciju i odgovarajuću valnu duljinu;
- faznu brzinu kao funkciju valnog vektora;
- omjer faznih brzina za najdužu ($k \rightarrow 0$) i najkraću valnu duljinu ($k = \pi/2$);
- broj karakterističnih titranja lanca u intervalu $(\omega, \omega + d\omega)$, odnosno, $g(\omega)d\omega$ gdje je $g(\omega)$ fononska gustoća stanja. OPREZ: udaljenost između dva valna vektora je π/L , a ne $2\pi/L$!

Uputa: pod (a): ako postoji $N + 1$ atom u lancu i duljina lanca je $L = Na$, primijetite da za pomak prvog (0-tog) i posljednjeg (N -tog) atoma u lancu iz ravnotežnog položaja vrijedi

$$u_0 = u_N = 0$$

Rješenje koje zadovoljava rubni uvjet $u_0 = 0$ potražite u obliku:

$$u_n = A \sin(nka) e^{-i\omega t}$$

2. Olovo ima fcc rešetku konstante $a = 0,494$ nm. Youngov modul elastičnosti za olovo iznosi $E_Y = 1,6 \cdot 10^{10}$ N·m⁻². Ako se olovo tali kad je prosječna amplituda atomskih vibracija 12 % razmaka između atoma, izračunajte:

- Udaljenost susjednih atoma u fcc rešetki.
- Debye-vu temperaturu θ_D za olovo ako fazna brzina c širenja fonona za longitudinalne i transverzalne modove u fcc rešetki ima jednaku vrijednost

$$c^2 = \frac{E_Y}{\rho}$$

gdje je ρ masena gustoća olova. Usporedite izračunatu temperaturu θ_D s vrijednošću očitanoj iz tablica.

Uputa: prisjetite se da je Debye-ev valni vektor k_D povezan s gustoćom atoma $n = N/V$ formulom

$$k_D^3 = 6\pi^2 n$$

- Temperaturu tališta olova T_i pomoću Lindemann-ovog kriterija

$$T_i = \frac{m\omega_D^2 x_0^2}{9k_B}$$

gdje je x_0 amplituda titranja pri kojoj dolazi do taljenja. Debye-evu frekvenciju ω_D računamo pomoću eksperimentalno dobivenih vrijednosti za θ_D .

- Točna vrijednost temperature tališta za olovo je 600,6 K. Kolika je relativna pogreška u odnosu na rezultat pod (c)?