

# FIZIKA ČVRSTOG STANJA

Drugi kolokvij 15.05.2020.

1. Razmotrite lanac identičnih atoma u kojem su atomi na krajevima lanca učvršćeni i ne mogu titrati. Neka je  $a$  udaljenost susjednih atoma,  $m$  masa atoma i  $K$  konstanta elastičnosti hamonijske sile među atomima. Uzmite u obzir samo interakciju između najbližih susjeda i nađite:

- jednadžbe gibanja;
- spektar karakterističnih valnih vektora  $k$ ;
- disperziju  $\omega = \omega(k)$  ovog lanca;
- ukupni broj dozvoljenih titranja, odnosno, različitih frekvencija;
- najvišu frekvenciju i odgovarajuću valnu duljinu;
- faznu brzinu kao funkciju valnog vektora;
- omjer faznih brzina za najdužu ( $k \rightarrow 0$ ) i najkraću valnu duljinu ( $k = \pi/2$ );
- broj karakterističnih titranja lanca u intervalu  $(\omega, \omega + d\omega)$ , odnosno,  $g(\omega)d\omega$  gdje je  $g(\omega)$  fononska gustoća stanja. OPREZ: udaljenost između dva valna vektora je  $\pi/L$ , a ne  $2\pi/L$ !

**Uputa:** pod (a): ako postoji  $N + 1$  atom u lancu i duljina lanca je  $L = Na$ , primijetite da za pomak prvog (0-tog) i posljednjeg ( $N$ -tog) atoma u lancu iz ravnotežnog položaja vrijedi

$$u_0 = u_N = 0$$

Rješenje koje zadovoljava rubni uvjet  $u_0 = 0$  potražite u obliku:

$$u_n = A \sin(nka) e^{-i\omega t}$$

2. Olovo ima fcc rešetku konstante  $a = 0,494$  nm. Youngov modul elastičnosti za olovo iznosi  $E_Y = 1,6 \cdot 10^{10}$  N·m<sup>-2</sup>. Ako se olovo tali kad je prosječna amplituda atomskih vibracija 12 % razmaka između atoma, izračunajte:

- Udaljenost susjednih atoma u fcc rešetki.
- Debye-vu temperaturu  $\theta_D$  za olovo ako fazna brzina  $c$  širenja fonona za longitudinalne i transverzalne modove u fcc rešetki ima jednaku vrijednost

$$c^2 = \frac{E_Y}{\rho}$$

gdje je  $\rho$  masena gustoća olova. Usporedite izračunatu temperaturu  $\theta_D$  s vrijednošću očitanoj iz tablica.

**Uputa:** prisjetite se da je Debye-ev valni vektor  $k_D$  povezan s gustoćom atoma  $n = N/V$  formulom

$$k_D^3 = 6\pi^2 n$$

- Temperaturu tališta olova  $T_i$  pomoću Lindemann-ovog kriterija

$$T_i = \frac{m\omega_D^2 x_0^2}{9k_B}$$

gdje je  $x_0$  amplituda titranja pri kojoj dolazi do taljenja. Debye-evu frekvenciju  $\omega_D$  računamo pomoću eksperimentalno dobivenih vrijednosti za  $\theta_D$ .

- Točna vrijednost temperature tališta za olovo je 600,6 K. Kolika je relativna pogreška u odnosu na rezultat pod (c)?