MODERNA FIZIKA II

Pregled formula

Velimir Labinac Sveučilište u Rijeci, Fakultet za fiziku E-mail: vlabinac@phy.uniri.hr WWW: http://www.phy.uniri.hr/~vlabinac

Robert Peter Sveučilište u Rijeci, Fakultet za fiziku E-mail: rpeter@phy.uniri.hr

Klaudija Lončarić Sveučilište u Rijeci, Fakultet za fiziku E-mail: klaudija.loncaric@phy.uniri.hr

12. ožujka 2024.

Sadržaj

I	ELEF	KTROMAGNETSKO ZRAČENJE. MOLEKULE	4
1	Elek	tromagnetsko zračenje. Planckov zakon zračenja crnog tijela	4
	1.1	Elektromagnetsko zračenje	4
	1.2	Ravni EM val	4
		1.2.1 Brzina širenja EM vala	4
		1.2.2 Poyntingov vektor i intenztet EM vala	5
		1.2.3 Tlak zračenja	5
	1.3	Fotoni	5
	1.4	Klasični i kvantni opis elektromagnetskog zračenja	6
	1.5	Crno tijelo	6
	1.6	Planckov zakon zračenja	6
	1.0	1.6.1 Gustoća energije i odzračnost	6
	17	Eksperimentalni zakoni	7
	1./	171 Wienew zekon nomeke	, 7
		1.7.1 Wienov Zakon politaka	7
		1.7.2 Kirchnollov Zakon	7
		1.7.3 Stefan-Boltzmannov zakon	/
2	Stru	ktura i spektri dvoatomnih molekula. Ramanov učinak	8
	2.1	Vezanje atoma u molekulama	8
		2.1.1 Kovalentna veza	8
		2.1.2 Ionska veza	8
		2.1.3 Energija disocijacije	8
	2.2	Stupnjevi slobode dvoatomne molekule	8
	2.3	Vibracije molekula	9
		2.3.1 Energije vibracijskog gibanja	9
		2.3.2 Izborna pravila za vibracijske prijelaze	9
	2.4	Rotacije molekula	9
		2.4.1 Izborna pravila za rotacijske prijelaze	9
	2.5	Molekulski spektri	10
		2.5.1 Apsorpcijski spektar	10
		2.5.2 Svojstva mierenih spektara	10
	2.6	Ramanov učinak	11
	2.0	2.6.1 Izborna pravila za Ramanovo raspršenje	11
2	Loc	vi Fiziko plozmo	13
3	2 1	Ognowni princini rodo legoro	12
	5.1	2.1.1 A non-matter i stimulinene emisite	12
		3.1.1 Apsorpcija, spontana i sumulirana emisija	12
		3.1.2 Einsteionovi koeficijenti	12
		3.1.3 Princip detaljne ravnoteže i Einsteinove relacije	12
	3.2	Definicija plazme	13
		3.2.1 Sahina jednadžba	13
		3.2.2 Raspodjela po brzinama u plazmi	13
		3.2.3 Debyevo zasjenjenje	14
		3.2.4 Važni parametri	14
		3.2.5 Uvjeti za postojanje plazme	14

Π	OSN	OVE FIZIKE JEZGRE I ELEMENTARNIH ČESTICA	15
4	Stru	ktura atomske jezgre. Radioaktivnost	15
	4.1	Karakteristike atomske jezgre	15
		4.1.1 Oznaka	15
		4.1.2 Izotopi	15
		4.1.3 Polumjer jezgre	15
		4.1.4 Nuklearna sila	15
	4.2	Defekt mase i energija vezanja	15
	4.3	Radioaktivnost	15
		4.31α - raspad	16
		4.3.2 β^+ - raspad: emissia pozitrona	16
		4.3.2 β raspad: emissive electrons	16
		$4.5.5 p$ - raspad. emissing electrona $\dots \dots \dots$	16
		4.5.4 p - unvat	16
		4.5.5 Spontalia lisija teskili jezgara	10
	4 4	$4.5.0 \gamma \text{-raspace}$	10
	4.4	Q - vrijednost	10
	4.5		17
		4.5.1 Aktivnost	17
		4.5.2 Vrijeme poluraspada i srednje vrijeme života radioaktivne jezgre	17
5	Nuk	learne reakcije i primjene	18
	5.1	Udarni presjek	18
		5.1.1 Diferencijalni udarni presjek	18
		5.1.2 Struja upadnih čestica	18
	5.2	<i>O</i> -vrijednost	18
	53	Zakoni očuvanja	19
	5.4	Energija praga	19
6	Inte	rakcija zračenja i materije	20
	6.1	Betheova formula	20
		6.1.1 Nerelativistička aproksimacija Bethe-ove formule	20
	6.2	Domet α -čestice	20
	6.3	Specifični gubitak energije za β -čestice	20
		6.3.1 Kinetička energija elektrona pri prolazu kroz sredstvo	21
		6.3.2 Omjer gubitaka energije za elektron	21
	6.4	Čerenkovljevo zračenje	21
		6.4.1 Energija praga za Čerenkovljevo zračenje	21
	6.5	Slabljenje i apsorpcija γ -zračenja	21
		6.5.1 Točkasti izvor	22
	6.6	Doze zračenja	22
		6.6.1 Ekspozicijska doza zračenja i brzina ekspozicije	22
		6.6.2 Apsorbirana doza zračenia	22
		6.6.3 Ekvivalentna doza zračenja	22
_			
7	Elen	nentarne čestice	23
	7.1	Osnovne sile u prirodi	23
	7.2	Cestice i antičestice	23
	7.3	Familije čestica	23
		7.3.1 Leptoni	23
		7.3.2 Mezoni	23

	7.3.3	Barioni	24
	7.3.4	Prijenosnici sile	24
7.4	Zakoni	očuvanja	24
	7.4.1	Gell-Man–Nishijimina relacija	26
	7.4.2	Hipernaboj	26
7.5	Ukupna	a energija i impuls slobodne relativističke čestice	26
7.6	Raspad	i i reakcije elementarnih čestica	26
7.7	Kvarko	vi	26
	7.7.1	Standardni model elementarnih čestica	26

PRILOZI

LITERATURA

I ELEKTROMAGNETSKO ZRAČENJE. MOLEKULE

1 Elektromagnetsko zračenje. Planckov zakon zračenja crnog tijela

1.1 Elektromagnetsko zračenje

Elektromagnetsko (EM) zračenje je dio EM polja koji se "odvojio" od izvora i kojim se energija, impuls i angularni moment EM polja prenose EM valovima veoma daleko od izvora polja, bez gubitaka u vakuumu. Izvori EM zračenja su električni naboji koji se gibaju ubrzano.

1.2 Ravni EM val

Ravni EM val je transverzalan, električno i magnetsko polje u vakuumu titraju u fazi i u ravnini okomitoj na valni vektor **k** koji daje smjer širenja vala. Električna komponenta harmoničkog ravnog vala ima oblik

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos \left(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t \right) \quad \text{ili} \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin \left(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t \right) \tag{1.1}$$

Također, možemo ga opisati realnim ili imaginarnim dijelom kompleksne eksponencijalne funkcije

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$$

Iznos vektora \mathbf{E}_0 je amplituda električnog polja, a jedinični vektor $\mathbf{E}_0 / |\mathbf{E}_0|$ daje smjer titranja polja. Valni vektor \mathbf{k} i kružna frekvencija ω povezani su s valnom duljinom λ i frekvencijom ν relacijama

$$|\mathbf{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$$
$$\omega = 2\pi v = \frac{2\pi}{T}$$
(1.2)

gdje je T perioda titranja. Za magnetsko polje \mathbf{B}_0 vrijede analogne relacije, na primjer

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \tag{1.3}$$

Amplitude električnog i magnetskog polja $E_0 = |\mathbf{E}_0|$ i $B_0 = |\mathbf{B}_0|$ povezane su izrazom

$$E_0 = uB_0 \tag{1.4}$$

gdje je u brzina širenja EM vala u optičkom sredstvu.

1.2.1 Brzina širenja EM vala

Fazna brzina EM vala u optičkom sredstvu dana je relacijom

$$u = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \tag{1.5}$$

U formuli (1.5) je permitivnost sredstva ϵ jednaka

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \tag{1.6}$$

gdje je ϵ_r relativna permeabilnost. Permeabilnost sredstva μ je

$$\mu = \mu_0 \mu_r \tag{1.7}$$

gdje je μ_r relativna pemeabilnost. Permitivnost vakuuma je

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \,\mathrm{C}^2 \cdot \mathrm{N}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-2} \tag{1.8}$$

a permeabilnost vakuuma

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \,\mathrm{T} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{A}^{-1} \tag{1.9}$$

Valna duljina i frekvencija povezane su relacijom

$$u = \lambda v \tag{1.10}$$

gdje je λ valna duljina u sredstvu. Ukoliko se valovi šire u vakuumu, brzina se označava sa c pa je, na primjer,

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \tag{1.11}$$

1.2.2 Poyntingov vektor i intenztet EM vala

Poyntingov vektor S je definiran izrazom

$$\mathbf{S} \equiv \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \mathbf{E} \times \mathbf{B} \tag{1.12}$$

Smjer Poyntingovog vektora daje smjer širenja energije, dok je iznos vektora S jednak gustoći toka energije. Vremenski prosjek Poyntingova vekora je intenzitet EM vala I

$$I = \frac{\Delta E}{\Delta t \Delta A} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0^2 \tag{1.13}$$

gdje je ΔE energija koju val prenese u vremenu Δt kroz površinu ΔA okomitu na smjer širenja vala.

1.2.3 Tlak zračenja

Sila po jediničnoj površini kojom ravni elektromagnetski val djeluje na upadnu plohu, a nakon upada se potpuno reflektira, jednaka je

$$p_r = \frac{2I}{c} \tag{1.14}$$

U slučaju potpune apsorpcije EM vala vrijedi $p_r = I/c$.

1.3 Fotoni

Elektromagnetsko zračenje je pod nekim uvjetima točnije opisati fotonima. Fotoni su čestice bez mase mirovanja i bez naboja. Energija fotona je najmanja energija koju EM zračenje može imati i jednaka je

$$E_f = h\nu = \hbar\omega \tag{1.15}$$

gdje je Planckova konstanta

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \,\mathrm{J} \cdot \mathrm{s} \tag{1.16}$$

dok je $\hbar = h/2\pi = 1,055 \cdot 10^{-34}$ J·s reducirana Planckova konstanta. U tom slučaju, za gustoću energije EM zračenja, na primjer, kažemo da je kvantizirana jer je jednaka zbroju gustoća energija svih obroka ili kvanata u volumenu V

$$\frac{E}{V} = \frac{N_f}{V} E_f \tag{1.17}$$

gdje je N_f broj fotona energije E_f .

1.4 Klasični i kvantni opis elektromagnetskog zračenja

Elektromagnetsko zračenje valne duljine λ smijemo opisati klasičnom fizikom i Maxwellovim jednadžbama pod uvjetom da za gustoću fotona $n_f = N_f/V$ vrijedi

$$n_f \gg \frac{1}{\lambda^3} \tag{1.18}$$

U protivnom, treba upotrijebiti kvantnu elektrodinamiku.

1.5 Crno tijelo

Crno tijelo je toplinski sustav koji u potpunosti apsorbira upadno zračenje ili upadni energijski tok Φ_u . Faktor apsorpcije *a* se općenito, definira formulom

$$a = \frac{\Phi_a}{\Phi_u} \tag{1.19}$$

i za crno tijelo iznosi a = 1, pri čemu je Φ_a apsorbirani tok. U toplinskoj je ravnoteži temperatura crnog tijela konstantna, emitirani tok Φ_e mora biti jednak apsorbiranom pa vrijedi

$$\Phi_u = \Phi_a = \Phi_e \tag{1.20}$$

1.6 Planckov zakon zračenja

Planckov zakon zračenja (zakon zračenja crnog tijela) glasi

$$M_{\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B T \lambda}} - 1}$$
(1.21)

gdje je *h* Planckova konstanta, a *c* brzina svjetlosti. Veličina M_{λ} naziva se *spektralna odzračnost po* valnoj duljini (radijacijska egzitancija po valnoj duljini). To je energija po jediničnoj površini, po jediničnom vremenu i po jediničnom intervalu valnih duljina koja je emitirana s površine crnog tijela

$$\mathrm{d}M = M_{\lambda}\mathrm{d}\lambda \tag{1.22}$$

Veličina M u (1.22) je *odzračnost* (radijacijska egzitancija): to je energija po jediničnoj površini i po jediničnom vremenu emitirana s površine crnog tijela. Primijetimo da odzračnost M ima istu jedinicu kao intenzitet I. Planckov zakon zračenja izražen preko frekvencije v je

$$M_{\nu} = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{\mathrm{e}^{\frac{h\nu}{k_BT}} - 1}$$
(1.23)

Ovdje je M_v spektralna odzračnost po frekvenciji, a slično formuli (1.22) vrijedi

$$\mathrm{d}M = M_{\nu}\mathrm{d}\nu \tag{1.24}$$

Na Slici 1 prikazan je graf spektralne odzračnosti po valnoj duljini (1.21). Povećanjem temperature maksimum raspodjele se pomiče prema manjim valnim duljinama u skladu s Wienovim zakonom.

1.6.1 Gustoća energije i odzračnost

Spektralna gustoća energije zračenja crnog tijela ρ_{ν} i spektralna odzračnost M_{ν} povezani su relacijom

$$\rho_{\nu} = \frac{4}{c} M_{\nu} \tag{1.25}$$



Slika 1: Graf za Planckovu formulu (1.21) pri različitim temperaturama.

1.7 Eksperimentalni zakoni

Eksperimentalni zakoni prethodili su Planckovom zakonu. Svi se mogu izvesti iz Planckovog zakona.

1.7.1 Wienov zakon pomaka

Za crno tijelo na temperaturi T, umnožak maksimalne valne duljine na kojoj tijelo zrači λ_{max} i temperature je konstantan

$$\lambda_{\max} T = c_W = 2,898 \cdot 10^{-3} \,\mathrm{m} \cdot \mathrm{K} \tag{1.26}$$

1.7.2 Kirchhoffov zakon

Odaberemo li bilo koje tijelo temperature T (sivo tijelo) omjer spektralne egzitancije po valnoj duljini i faktora apsorpcije uvijek je konstantan i jednak spektralnoj egzitanciji crnog tijela na istoj temperaturi T

$$\frac{M_{\lambda}}{a} = M_{\lambda}^{\text{crnog tijela}} \tag{1.27}$$

gdje je s M_{λ} označena spektralna egzitancija sivog tijela, a s $a = a(\lambda)$ njegov faktor apsorpcije.

1.7.3 Stefan-Boltzmannov zakon

Ukupna energija koju crno tijelo odzrači po jedinici površine i po jedinici vremena (ukupna odzračnost) je

$$M = \int_0^\infty M_\lambda d\lambda = \sigma T^4 \tag{1.28}$$

gdje je σ Stefan-Boltzmannova konstanta

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3} = 5.67 \cdot 10^{-8} \,\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-4} \tag{1.29}$$

2 Struktura i spektri dvoatomnih molekula. Ramanov učinak

2.1 Vezanje atoma u molekulama

Dva osnovna tipa vezanja atoma u molekulama su kovalentna i ionska veza. Postoje još i Van der Waalsova te metalna veza koje se pojavljuju kod tekućina i metala, respektivno. No, u mnogim slučajevima vezanje atoma je kombinacija nekoliko tipova veza. Na primjer, vezanje dva različita atoma u (heteronuklearnu) molekulu je vrlo često kombinacija ionske i kovalentne veze.

2.1.1 Kovalentna veza

Vezanje atoma se ostvaruje pomoću zajedničkih elektrona za oba atoma pri čemu dolazi do prekrivanja elektronskih valnih funkcija. Na taj se način stvaraju *bonding* i *antibonding* stanja u molekuli.

U molekuli vodika H₂ dolazi do prekrivanja 1s stanja dvaju atoma pa je ovaj podtip kovalentne veze *s-veza*. Drugi podtipovi kovalentne veze su, na primjer, *p-p veza*, *s-p veza* te *s-p* hibridna stanja. Umjesto standardnih orbitala (valnih funkcija) s angularnim momentom l = 1 i m = -1, 0, 1 razmotrit ćemo usmjerene orbitale p_x , p_y i p_z čije su gustoće vjerojatnosti usmjerene duž okomitih osi x, y i z. U svim slučajevima podljuske atoma koji se vežu u molekulu su nepopunjene.

- p-p veza ostvaruje se za dva atoma s valentnim elektronima u p-podljusci. Primjeri: N₂, O₂, F₂
- s-p veza ostvaruje se za dva atoma koji imaju valentne elektrone u s- i p-podljusci. Primjeri: HF, HCl, LiF, H₂O
- sp hibridna stanja ostvaruje se pomoću hibridnih atomskih stanja, linearne kombinacije s- i pstanja. Primjeri: C₂H₆, GeHCl₃

2.1.2 Ionska veza

Ako jedan od atoma privuče jedan ili više valentnih elektrona drugog atoma, vezanje se ostvaruje privlačnom Coulombskom interakcijom između suprotno nabijenih iona popunjenih podljuski. Zbog Paulijevog principa isključenja elektroni u atomima ne mogu doći u neposrednu blizinu pa približavanje atoma stvara odbojnu interakciju. Za dvoatomnu molekulu potencijalna energija ionske veze dobro je opisana izrazom

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r} + \frac{A}{r^{\alpha}} + E_{\rm ion}$$
(2.1)

gdje su A i α konstante, a E_{ion} je zbroj energija ionizacije atoma. Primjer ionske veze je molekula NaCl.

2.1.3 Energija disocijacije

Energija vezanja u kontekstu molekula naziva se energijom disocijacije E_D i po definiciji je pozitivna: to je energija potrebna da se molekula u osnovnom stanju razdvoji u neutralne atome. Na primjer, za interakciju ionske veze (2.1), energija disocijacije je $E_D = -U(r_0)$, a ravnotežni položaj r_0 potražit ćemo iz uvjeta minimuma za U

$$\frac{dU}{dr} = 0 \tag{2.2}$$

2.2 Stupnjevi slobode dvoatomne molekule

Dovođenjem vanjske energije, na primjer, elektromagnetskog polja, u molekuli možemo pobuditi različite stupnjeve slobode: *translacijske*, *rotacijske*, *vibracijske* i *elektronske prijelaze*. Spektar translacijskog gibanja je kontinuiran, a spektar ostalih gibanja je diskretan. Razmak između energijskih razina za rotacijsko gibanje je reda veličine 0,01 - 0,1 eV, za vibracijsko je 0,1 - 1 eV te za elektronske prijelaze

nekoliko eV. Prijelazi između energijskih razina koji su posljedica EM zračenja i pri kojima se odvija *aposorpcija* ili *emisija fotona*, nazivaju se *radijativnim prijelazima*.

2.3 Vibracije molekula

Razmotrimo dvoatomnu molekulu sačinjenu od atoma masa m_1 i m_2 . Vibracijsko gibanje takve molekule možemo opisati modelom kvantnog, jednodimenzionalnog harmonijskog oscilatora. Za male titraje oko ravnotežnog položaja potencijalna energija u molekuli ima oblik

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$$
 (2.3)

gdje je k konstanta sile za oscilator. Kružna frekvencija ω , odnosno frekvencija titranja v je

$$\omega = 2\pi\nu = \sqrt{\frac{k}{\mu}} \tag{2.4}$$

gdje je μ reducirana masa

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \tag{2.5}$$

2.3.1 Energije vibracijskog gibanja

Energijski spektar vibracijskog gibanja jednak je spektru harmonijskog oscilatora frekvencije ω

$$E_n = \hbar \omega \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$
 (2.6)

2.3.2 Izborna pravila za vibracijske prijelaze

Određuju koji su prijelazi između vibracijskih energijskih razina najvjerojatniji. Za vibracijske razine vrijedi:

$$\Delta n = \pm 1 \tag{2.7}$$

2.4 Rotacije molekula

U najjednostavnijem modelu, za rotacije dvoatomne molekule pretpostavljamo da se relativna udaljenost između atoma ne mijenja, odnosno, molekula je kruta, a atomi se vrte oko centra mase. Tada je rotacijski spektar dvoatomne molekule jednak spektru kvantnog rotatora

$$E_L = BL(L+1), \quad L = 0, 1, 2, ...$$
 (2.8)

gdje je B rotacijska konstanta

$$B = \frac{\hbar^2}{2I} \tag{2.9}$$

te $I = \mu r_0^2$ moment inercije. Veličina r_0 je ravnotežna udaljenost između atoma.

2.4.1 Izborna pravila za rotacijske prijelaze

Određuju koji su prijelazi između rotacijskih energijskih razina najvjerojatniji. Za rotacijske razine vrijedi:

$$\Delta L = \pm 1 \tag{2.10}$$

2.5 Molekulski spektri

Osim čisto rotacijskih i čisto vibracijskih spektara kod mnogih molekula pojavljuju se spektri s karakteristikama obje vrste, a nazivamo ih rotacijsko-vibracijski ili ro-vibracijski spektri. U najjednostavnijem slučaju energijske razine dane su izrazom

$$E_{nL} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega + BL\left(L+1\right)$$
(2.11)

gdje su n i L nenegativni cijeli brojevi pri čemu izborna pravila

$$\Delta n = \pm 1$$

$$\Delta L = \pm 1 \tag{2.12}$$

moraju biti istovremeno zadovoljena.

2.5.1 Apsorpcijski spektar

Apsorpcijski spektar za početnu razinu s kvantnim brojevima (n, L) te konačnu $(n + 1, L \pm 1)$ glasi

$$\Delta E = \begin{cases} \hbar \omega + 2B(L+1), & \text{za prijelaz } L \longrightarrow L+1 \\ \hbar \omega - 2BL, & \text{za prijelaz } L \longrightarrow L-1 \end{cases}$$
(2.13)

U ovom modelu apsorpcijske linije su jednako razmaknute i imaju jednak intenzitet.



Slika 2: Apsorpcijski spektar molekule HCl. (Preuzeto iz knjige Krane K. S., Modern physics, 4th ed., Wiley, New York, 2019.)

2.5.2 Svojstva mjerenih spektara

Izrazi (2.11) i (2.13) ne opisuju posve točno izmjerene apsorpcijske spektre. Na Slici 2 možemo zapaziti nekoliko osnovnih razlika:

- Apsorpcijske linije nisu jednoliko razmaknute. Uzrok nejednolikog razmaka je povećanje ravnotežne udaljenosti r_0 između atoma s povećanjem brzine vrtnje molekule.
- Vrhovi linija nisu jednakih visina. Intenztet apsorpcijske linije proporcionalan je populaciji molekula s nižom energijom. Broj molekula (populacija) s energijom *E* proporcionalan je Boltzmannovom faktoru

$$N_E = Cg(E) e^{-E/k_B T} = C(2L+1) e^{-E_{nL}/k_B T}$$
(2.14)

gdje je C konstanta, a g (E) = 2L + 1 je degeneracija promatrane energijske razine E_{nL} iz (2.11).

• Vrh linije rascjepljen je u viši i niži vrh. Nastaje zbog različitih masa atoma istog atomskog broja, izotopa. Na primjer, niži vrh je posljedica masivnijeg izotopa.

2.6 Ramanov učinak

Ako monokromatsko zračenje frekvencije v i velikog intenziteta upada na molekule, raspršena svjetlost ne sadrži samo svjetlost iste frekvencije v, nego i svjetlost slabijeg intenziteta frekvencije $v \pm v'$. Raspršenje svjetlosti na molekulama pri kojem dolazi do promjene frekvencije upadne svjetlosti naziva se **Ramanovo raspršenje** dok se ono pri kojem raspršena svjetlost ima istu frekvenciju kao i upadna, naziva **Rayleighjevo raspršenje**. Treba naglasiti da frekvencija upadne svjetlosti v nije svojstvena frekvencija molekula, odnosno $v \neq (E_m - E_n)/\hbar$, gdje su E_m , E_n energijske razine u molekuli. Linija više frekvencije u Ramanovu spektru naziva se **anti-Stokes**, a ona niže frekvencije, **Stokes**.

2.6.1 Izborna pravila za Ramanovo raspršenje

U rotacijskom spektru izborna pravila za Rayleighjevo i Ramanovo raspršenje glase

$$\Delta L = 0$$
 Rayleighjevo raspršenje
 $\Delta L = \pm 2$ Ramanovo raspršenje (2.15)

U vibracijskom spektru, također možemo opaziti Ramanovo raspršenje. Izborna pravila glase:

$$\Delta n = 0, \pm 1 \tag{2.16}$$

gdje $\Delta n = 0$ vrijedi za Rayleighjevo raspršenje. Na temperaturama $T \leq 300$ K većina molekula je u osnovnom vibracijskom stanju n = 0, tako da je jedini mogući prijelaz $\Delta n = 1$. Zato se u vibracijskom spektru pojavljuje samo jedna, niža frekvencija svjetlosti koja odgovara Ramanovom raspršenju.

3 Laseri. Fizika plazme

3.1 Osnovni principi rada lasera

Laseri su uređaji čiji se princip rada temelji na *stimuliranoj emisiji* fotona, a proizvode pojačanu, monokromatsku i koherentnu svjetlost. *Inverzijom naseljenosti* energijskih razina u optičkom sredstvu unutar lasera stvara se više atoma na pobuđenim razinama viših energija nego u osnovnom stanju ili na razinama nižih energija. Jedan od uobičajenih načina za dobivanje inverzije naseljenosti je optičko pumpanje u sutavima s tri ili četiri energijske razine.

3.1.1 Apsorpcija, spontana i stimulirana emisija

Godine 1917. Einstein je elaborirao model interakcije zračenja i materije. Razmotrio je atom s dvije energijske razine, višom razinom 2 s energijom E_2 i nižom razinom 1 s energijom E_1 te identificirao tri procesa:

- Spontanu emisiju atom u stanju 2 spontano, bez vanjskog polja prijeđe u stanje 1 emitirajući pri tome foton energije $\hbar \omega_{21} = E_2 E_1$. Spontana emisija fotona je jednako moguća u svim smjerovima.
- Apsorpciju atom u stanju 1 pobuđen je u stanje 2 apsorpcijom fotona energije $\hbar\omega_{21}$.
- Stimuliranu emisiju početni foton energije $\hbar \omega_{21}$ stimulira atom u stanju 2 da prijeđe u stanje 1 emitirajući pri tom dodatni foton energije $\hbar \omega_{21}$. Dodatni foton ima istu frekvenciju, polarizaciju i smjer širenja kao početni foton.

3.1.2 Einsteionovi koeficijenti

Einstein je proveo matematički opis procesa spontane i stimulirane emisije te apsorpcije uvodeći koeficijente A_{21} , B_{12} i B_{21} .

- Brzina promjene gustoće atoma u stanju 2 zbog spontanog prijelaza u stanje 1 jednaka je N_2A_{21} , gdje je N_2 gustoća atoma (broj atoma po jediničnom volumenu) na razini 2.
- Brzina promjene gustoće atoma u stanju 1 koji su pobuđeni na razinu 2 apsorpcijom fotona energije $\hbar\omega_{21}$ jednaka je $N_1B_{12}\rho(\omega_{21})$, gdje je N_1 gustoća atoma na razini 1, a $\rho(\omega_{21})$ spektralna gustoća energije zračenja na frekvenciji ω_{21} .
- Brzina promjene gustoće atoma u stanju 2 koji prijeđu na razinu 1 stimuliranom emisijom fotona energije $\hbar\omega_{21}$ jednaka je $N_2 B_{21}\rho(\omega_{21})$, gdje je N_2 gustoća atoma na razini 1, a $\rho(\omega_{21})$ spektralna gustoća energije zračenja na frekvenciji ω_{21} .

Einstenovi koefcijenti A_{21} , B_{12} i B_{21} ne ovise o polju zračenja nego samo o atomskom prijelazu.

3.1.3 Princip detaljne ravnoteže i Einsteinove relacije

Princip detaljne ravnoteže iskazuje činjenicu da su u toplinskoj ravnoteži prijelazi između dvije energijske razine u dinamičkoj ravnoteži, odnosno, vrijedi jednadžba

$$N_1 B_{12} \rho(\omega_{21}) = N_2 B_{21} \rho(\omega_{21}) + N_2 A_{21}$$
(3.1)

Iz izraza (2.14) populacija atoma na energijskoj razini E je

$$N = Cg(E) e^{-E/k_B T}$$
(3.2)

pa iz relacija (3.1) i (3.2) te Planckovog zakona (1.23) i (1.25)

$$\rho_{\omega} = \rho\left(\omega\right) = \frac{\hbar\omega^{3}}{\pi^{2}c^{3}} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_{B}T}} - 1}$$
(3.3)

slijede Einsteinove relacije za koeficijente A_{21} , B_{12} i B_{21}

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{\hbar\omega_{21}^3}{\pi^2 c^3}$$

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21}$$
(3.4)

U jednadžbama (3.4), veličine g_1 i g_2 su degeneracije razina 1 i 2. Naglasimo da (3.4) vrijede bez obzira na to je li atom u toplinskoj ravnoteži i da li se radi o zračenju crnog tijela.

3.2 Definicija plazme

Plazma je kvazineutralan plin nabijenih i neutralnih čestica koji pokazuje kolektivne efekte. Kvazineutralnost ukazuje na činjenicu da za plazmu vrijedi da je gustoća ioniziranih atoma Zn_i približno jednaka gustoći elektrona n_e , no bez obzira na neutralnost u cijelosti, u plazmi još uvijek postoje EM polja koja jako utječu na ponašanje plazme jer stvaraju, na primjer, efekt zasjenjenja. Kolektivni efekti odnose se na gibanje čestica unutar plazme koje ne ovisi samo o lokalnim uvjetima, nego i o stanju plazme daleko od promatranih čestica, što je moguće zbog dugodosežnosti Coulombskih interakcija. Efekt koji spada u ovu kategoriju su kolektivne oscilacije elekrona plazmenom frekvencijom ω_p .

3.2.1 Sahina jednadžba

Pomoću Sahine jednadžbe možemo izračunati koliki je stupanj ionizacije u plazmi

$$\frac{n_i}{n_n} \approx 2, 4 \cdot 10^{21} \frac{T^{3/2}}{n_i} e^{-U_i/k_B T}$$
(3.5)

gdje je n_i gustoća (koncentracija) ioniziranih atoma, n_n gustoća neutralnih atoma. Veličina U_i je ionizacijska energija u plinu koja je potrebna da elektron s najvišom energijom u atomu postane slobodan.

3.2.2 Raspodjela po brzinama u plazmi

Ako u plazmi postoji velika frekvencija sudara između čestica, raspodjela brzina elektrona i iona u plazmi ravna se prema Maxwellovoj raspodjeli

$$f(\mathbf{u}) = f\left(u_x, u_y, u_z\right) = n\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{1}{2}m\left(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2\right)/k_B T\right]$$
(3.6)

gdje je **u** brzina čestica, a *m* masa čestice u plinu. Gustoća čestica s brzinama u volumenu $d^3 u$ oko **u** je

$$f(\mathbf{u}) d^3 u \tag{3.7}$$

Prosječna energija čestica u plazmi je

$$E = \frac{3}{2}k_BT \tag{3.8}$$

Temperatura se zbog relacije (3.8) često iskazuje u jedinicama energije. Ako uzmemo da je $E \sim k_B T$ tada vrijedi

$$1 \,\mathrm{eV} = 11600 \,\mathrm{K}$$
 (3.9)

Ioni i elektroni u plazmi mogu istovremeno imati različite temperture T_i i T_e s odvojenim raspodjelama po brzinama. U tom slučaju dominiraju ion-ion i elektron-elektron sudari, a elektron-ion sudari u zanemarivi.

3.2.3 Debyevo zasjenjenje

Jedna od osnovnih karakteristika plazme je da zasjenjuje vanjsko polje. Stavimo li, na primjer, vanjski pozitivan naboj Q u vodikovu plazmu, elektroni će biti privučeni u područje oko vanjskog naboja i smanjiti mu polje. Ovaj se efekt naziva Debyevim zasjenjenjem. Polje oko vanjskog naboja bit će bitno reducirano na udaljenosti nazvanoj Debyeva duljina

$$\lambda_D \equiv \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{ne^2}} \tag{3.10}$$

U formuli (3.10) je T_e temperatura elektrona, n je gustoća plazme i jednaka je gustoći elektrona n_e ili gustoći iona n_i daleko od vanjskog naboja. Proces zasjenjenja potencijala vanjskog naboja opisuje Poissonova jednadžba

$$\nabla^2 \Phi = -\frac{e}{\epsilon_0} \left(n_i - n_e \right) - \frac{Q}{\epsilon_0} \delta\left(\mathbf{r} \right)$$
(3.11)

gdje efekte toplnskog gibanja elektrona uzimamo pomoću raspodjele

$$n_e = n \exp\left(e\Phi/k_B T_e\right) \tag{3.12}$$

dok za ione pretpostavljamo da miruju. Rješenje za potencijal vanjskog naboja u Poissonovoj jednadžbi je oblika

$$\Phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\exp\left(-r/\lambda_D\right)}{r}$$
(3.13)

3.2.4 Važni parametri

Navest ćemo nekoliko važnih parametara koji se često javljaju prilikom opisa plazme.

- Gustoća plazme $n \approx Z n_i \approx n_e$ gdje je Z prosječan ionski naboj
- Debyeva duljina

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{ne^2}} \tag{3.14}$$

• Plazmenom frekvencijom ω_p kolektivno titraju elektroni

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\epsilon_0}} \tag{3.15}$$

gdje je *m* masa elektrona.

• Temperatura elektrona T_e i temperatura iona T_i

3.2.5 Uvjeti za postojanje plazme

• Ako je L karakteristična duljina područja s plazmom, da bi plazma postojala mora vrijediti

$$\lambda_D \ll L \tag{3.16}$$

• Broj čestica koje zasjenjuju vanjski potencijal unutar Debyeve sfere mora biti mnogo veći od jedan

$$N_D \gg 1 \tag{3.17}$$

• Ako je τ prosječno vrijeme između dva sudara nabijenih s neutralnim česticama, tada mora vrijediti

$$\omega_p \tau > 1 \tag{3.18}$$

II OSNOVE FIZIKE JEZGRE I ELEMENTARNIH ČESTICA

4 Struktura atomske jezgre. Radioaktivnost

4.1 Karakteristike atomske jezgre

Atomska jezgra sastoji se od protona i neutrona, zajedničkog imena nukleoni. Broj nukleona naziva se maseni ili nukleonski broj A, broj protona je atomski broj, redni ili protonski broj Z, a broj neutrona je neutronski broj N. Vrijedi jednakost

$$A = Z + N \tag{4.1}$$

4.1.1 Oznaka

Atom (jezgra) kemijskog elementa X s masenim brojem A i atomskim brojem Z ima oznaku

$$A_Z X$$
 (4.2)

4.1.2 Izotopi

Izotopi su kemijski elementi s istim atomskim brojem Z, ali različitim masenim brojem A. Drugim riječima, dva se izotopa razlikuju po broju neutrona.

4.1.3 Polumjer jezgre

Polumjer jezgre možemo procijeniti pomoću formule:

$$R_n = R_0 \sqrt[3]{A} \tag{4.3}$$

gdje je $R_0 = 1, 2 \cdot 10^{-15}$ m.

4.1.4 Nuklearna sila

Osim odbojne, elektromagnetske sile između protona, između svih nukleona u jezgri djeluje privlačna nuklearna sila koja se ostvaruje izmjenom virtualnih mezona (na primjer, piona).

4.2 Defekt mase i energija vezanja

Masa jezgre m_A uvijek je manja od zbroja masa pojedninačnih protona Zm_p i neutrona Nm_n u njoj. Razlika masa je

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_A \tag{4.4}$$

Ta se pojava naziva defekt mase. Energija vezanja jezgre je za masu Δm jednaka

$$E_b = \Delta mc^2 = \left[Zm_p + (A - Z)m_n - m_A \right] c^2$$
(4.5)

4.3 Radioaktivnost

Radioaktivnost je spontani raspad jezgre praćen emisijom jedne ili više čestica. Samo se nestabilne jezgre spontano raspadaju. Nakon nuklearnog raspada, jezgri se mijenjaju karakteristični brojevi A i Z.

4.3.1 *α* - raspad

Kod α -raspada jezgra kemijskog elementa X emitira jezgru atoma helija

$${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}\text{He}$$
(4.6)

4.3.2 β^+ - raspad: emisija pozitrona

Kod β^+ -raspada jezgra kemijskog elementa X emitira pozitron i (elektronski) neutrino

$${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + e^{+} + \nu_{e} \tag{4.7}$$

Ovaj se raspad još naziva i pozitivnim beta raspadom.

4.3.3 β^- - raspad: emisija elektrona

Kod β^- -raspada jezgra kemijskog elementa X emitira elektron i antineutrino

$${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + e^{-} + \bar{\nu}_{e}$$

$$\tag{4.8}$$

Ovaj se raspad još naziva i negativnim beta raspadom.

4.3.4 β - uhvat

Kod β -uhvata jezgra kemijskog elementa X apsorbira elektron te emitira neutrino

$${}^{A}_{Z}X + e^{-} \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \nu_{e} \tag{4.9}$$

4.3.5 Spontana fisija teških jezgara

Kod spontane fisije jezgra kemijskog elementa X raspada se na jezgre različitog nukleonskog i protonskog broja

$${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A_{1}}_{Z_{1}}X_{1} + {}^{A_{2}}_{Z_{2}}X_{2}$$
 (4.10)

gdje je $A = A_1 + A_2$ i $Z = Z_1 + Z_2$.

4.3.6 *γ*-raspad

Ako je jezgra u pobuđenom stanju, spontano će emitirati foton visoke energije, γ -kvant. Ovakvu vrstu radioaktivnog raspada nazivamo γ -raspadom.

4.4 Q - vrijednost

Q-vrijednost nuklearnog raspada $X \rightarrow Y + y$ je izraz

$$Q = [m_A(X) - m_A(Y) - m_A(y)]c^2$$
(4.11)

gdje je X početna jezgra, Y konačna jezgra, a y čestice koje nastaju pri raspadu. Q-vrijednost jednaka je ukupnoj kinetičkoj energiji jezgre Y i čestica y gledano iz laboratorijskog koordinatnog sustava u kojem X miruje. Da bi hipotetski raspad bio moguć, mora vrijediti Q > 0.

4.5 Zakon radioaktivnog raspada

U trenutku t brzina promjene broja neraspadnutih radioaktivnih jezgri dN/dt proporcionalna je broju neraspadnutih jezgri N

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda N \tag{4.12}$$

gdje je λ konstanta raspada koju interpretiramo kao vjerojatnost raspada po jediničnom vremenu.

Pretpostavimo da u početnom trenutku t = 0 postoji $N(0) = N_0$ jezgri. Nakon vremena t broj neraspadnutih jezgri N je

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \tag{4.13}$$

što je rješenje diferencijalne jednadžbe (4.12).

4.5.1 Aktivnost

Aktivnost radioaktivnog uzorka je broj raspada po jediničnom vremenu, odnosno, brzina kojom se raspadaju jezgre uzorka

$$A = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(N_0 - N \right) = -\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \lambda N_0 \,\mathrm{e}^{-\lambda t} = \lambda N \tag{4.14}$$

Ovu jednakost možemo napisati i u obliku

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \tag{4.15}$$

gdje je $A_0 = \lambda N_0$ aktivnost u trenutku t = 0. Jedinica za aktivnost je becquerel (Bq), 1 Bq = 1 raspad·s⁻¹. Treba naglasiti dvije činjenice:

- Izraz za aktivnost (4.15) točan je samo u slučaju $t \ll T_{1/2}$.
- Početna masa radioaktivnog uzorka za većinu raspada veoma polagano se smanjuje u vremenu. Na primjer, ako se radi o α-raspadu masa se smanjuje zbog emitiranih α-čestica.

4.5.2 Vrijeme poluraspada i srednje vrijeme života radioaktivne jezgre

Vrijeme poluraspada je vrijeme za koje se raspadne polovina od početnog broja jezgri

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \tag{4.16}$$

Srednje vrijeme života radioaktivne jezgre je

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \tag{4.17}$$

5 Nuklearne reakcije i primjene

Radioaktivni raspadi nam pružaju ograničeno znanje o fizici jezgre jer su samo neki izotopi nestabilni i javljaju se samo određena pobuđena stanja jezgri. Nuklearne reakcije, s druge strane, daju mogućnost za proučavanje mnogo većeg broja različitih jezgri i produkata koji nastaju u reakcijama.

5.1 Udarni presjek

Pretpostavimo da čestice projektila x u nuklearnoj reakciji $X + x \rightarrow Y + y$ upadaju na jezgre meta X. Neka je upadni tok čestica I_0 što je broj projektila po jediničnom vremenu. Ako uzorak s jezgrama ima površinu S i debljinu d, a broj jezgri u uzorku iznosi N_n , odnosno, ima gustoću n_n , tada je brzina emisije R čestica y, odnosno, brzina stvaranja jezgri Y jednaka

$$R = \sigma \frac{N_n I_0}{S} = \sigma n_n I_0 d \tag{5.1}$$

gdje je σ udarni presjek nuklearne reakcije. Udarni presjek mjeri se u jedinicama barn (b), gdje je 1 b = 10^{-28} m² i mjera je za vjerojatnost da se nuklearna reakcija dogodi. Proračun udarnog presjeka pretpostavlja poznavanje interakcije između projektila i mete.

5.1.1 Diferencijalni udarni presjek

Formulu (5.1) treba modificirati za broj čestica y po jediničnom vremenu ΔR koje upadnu na detektor

$$\Delta R = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\Delta\Omega\right) n_n I_0 d \tag{5.2}$$

gdje je $d\sigma/d\Omega$ diferencijalni udarni presjek za raspršenje čestica y, a $\Delta\Omega$ je prostorni kut kojeg zatvaraju središte uzorka i površina detektora okomita na spojnicu sa središtem uzorka.

5.1.2 Struja upadnih čestica

Gustoća struje upadnih čestica J je broj čestica po jediničnoj površini i po jediničnom vremenu koji pogađa metu. Struja J mijenja se s duljinom puta z kroz sredstvo prema formuli

$$\frac{dJ}{dz} = -\sigma n_n J \tag{5.3}$$

Iz ove diferencijalne jednadžbe slijedi

$$J = J_0 e^{-\sigma n_n z} \tag{5.4}$$

gdje je J_0 struja čestica prije prodiranja u uzorak.

5.2 Q-vrijednost

Razliku energija mirovanja čestica na početku i kraju nuklearne reakcije $X + x \rightarrow Y + y$ nazivamo Q-vrijednošću reakcije

$$Q = [m_A(X) + m_A(x) - m_A(Y) - m_A(y)]c^2$$
(5.5)

gdje su $m_A(X)$, $m_A(x)$, $m_A(Y)$ i $m_A(y)$ mase jezgri mete X, projektila x, jezgre Y nastale u reakciji i čestice y, respektivno. Ako je Q < 0, reakcija je *endotermna*: kinetička energija projektila pretvorila se u masu jezgre ili energiju vezanja. Ako je Q > 0, onda je reakcija *eqzotermna* pri kojoj se masa jezgre ili energija vezanja pretvorila u kinetičku energiju jezgre i čestica nakon raspršenja.

U nuklearnim reakcijama mogu se pobuditi i jezge Y u stanja više energije. Za pobuđene jezgre Y^* , vrijednost Q_{ex} računamo po formuli:

$$Q_{\rm ex} = Q - E_{\rm ex} \tag{5.6}$$

gdje je Q dana izrazom (5.5) koji vrijedi kad je jezgra Y u osnovnom stanju, a E_{ex} energija pobuđenja definirana u odnosu na energiju osnovnog stanja za jezgru Y.

5.3 Zakoni očuvanja

Prilikom nuklearnih reakcija i radioaktivnih raspada, vrijede sljedeći zakoni očuvanja:

- zakon očuvanja impulsa
- zakon očuvanja energije
- zakon očuvanja angularnog momenta
- zakon očuvanja naboja
- zakon očuvanja nukleonskog broja A

Postoje i dodatni zakoni očuvanja koji vrijede u fizici elementarnih čestica. Za računanje, najčešće ćemo koristiti zakone očuvanja implusa i energije za nerelativističke brzine čestica, odnosno, za niske kinetičke energije projektila.

5.4 Energija praga

Energija praga je minimalna kinetička energija koju mora imati projektil x za reakciju $X + x \rightarrow Y + y$. Približna vrijednost energije praga glasi

$$K_{\rm th} \simeq -Q\left(1 + \frac{m_x}{m_X}\right) \tag{5.7}$$

u laboratorijskom sustavu u kojem čestica X miruje i gdje je Q < 0.

6 Interakcija zračenja i materije

6.1 Betheova formula

Prosječni specifični gubitak energije teških nabijenih čestica, na primjer, za α -čestica, protona, ... zbog ionizacije i pobuđivanja atoma/molekula koju uzrokuje prolazak tih čestica kroz sredstvo, dan je Betheovom formulom

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ion} = \frac{4\pi n_e q^2}{m_e v^2} \left(\frac{e}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left[\ln\left(\frac{2m_e v^2}{I\left(1-\beta^2\right)}\right) - \beta^2\right]$$
(6.1)

gdje su:

ne gustoća elektrona u sredstvu

q naboj teške čestice

 m_e masa elektrona

e elementarni naboj

v brzina teške čestice; $\beta = v/c$

 ϵ_0 permitivnost

 $I \simeq (10 \,\mathrm{eV}) \cdot Z$ prosječna energija ionizacije atoma/molekula čije jezgre imaju atomski broj Z

6.1.1 Nerelativistička aproksimacija Bethe-ove formule

Nerelativistička aproksimacija Bethe-ove formulu za $\beta << 1$ je

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ion} = \frac{4\pi n_e q^2}{m_e v^2} \left(\frac{e}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left[\ln\left(\frac{2m_e v^2}{I}\right)\right]$$
(6.2)

6.2 Domet α **-čestice**

Prosječni domet α -čestice *u zraku* pri normalnom tlaku i temperaturi (p = 101325 Pa, T = 300 K) glasi

$$R_{\alpha} = 0,31 \cdot K^{3/2} \,\mathrm{cm} \tag{6.3}$$

gdje u kinetičku energiju vrijednosti za K uvrštavamo u MeV. Formula (6.3) vrijedi ako je 4 < K < 7 MeV. Radi li se o *sredstvu* čiji atomi/molekule imaju maseni broj A, tada je domet dan Bragg-Kleemanovim pravilom

$$R'_{\alpha} = 0,328 \cdot R_{\alpha} \frac{m_A^{1/2}}{\rho} \,\mathrm{cm}$$
 (6.4)

gdje je m_A (g) prosječna atomska masa za čestice u sredstvu, a ρ (g· cm⁻³) je masena gustoća sredstva.

6.3 Specifični gubitak energije za β -čestice

Prosječni specifični gubitak energije β -čestice, odnosno, elektrona zbog zakočnog zračenja (bremsstrahlung), dan je formulom

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = \frac{4r_e^2}{137} nKZ^2 \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right)$$
(6.5)

gdje su:

 r_e klasični polumjer elektrona; $r_e = 2,82 \cdot 10^{-13}$ cm

n gustoća atoma (jezgri) u sredstvu

Z atomski broj za jezgre u sredstvu

K kinetička energija elektrona

6.3.1 Kinetička energija elektrona pri prolazu kroz sredstvo

Ako elektron gubi energiju primarno zbog zračenja gibajući se kroz sredstvo, kinetička energija mu se smanjuje po izrazu

$$K = K_0 e^{-x/l_{rad}} \tag{6.6}$$

gdje je K_0 početna kinetička energija, a l_{rad} duljina zračenja.

6.3.2 Omjer gubitaka energije za elektron

Omjer specifičnih gubitaka energije zbog ionizacije i zbog zračenja za elektron glasi

$$\frac{(\partial E/\partial x)_{ion}}{(\partial E/\partial x)_{rad}} \simeq \frac{800}{ZK}$$
(6.7)

gdje je K kinetička energija elektrona u MeV, a Z atomski broj za jezgre u sredstvu.

6.4 Čerenkovljevo zračenje

Nabijena čestica koja se giba jednoliko brzinom v kroz sredstvo indeksa loma n, emitira zračenje ako je brzina čestice veća od brzine svjetlosti u tom sredstvu c' = c/n. Kut θ između smjera gibanja čestice i emitiranog fotona kružne frekvencije ω jednak je

$$\cos\theta = \frac{c'}{v} \left[1 + \frac{\hbar\omega}{2E} \left(n^2 - 1 \right) \right] \simeq \frac{c'}{v}$$
(6.8)

gdje je *E* ukupna relativistička energija čestice i vrijedi $E >> \hbar\omega$.

6.4.1 Energija praga za Čerenkovljevo zračenje

U sredstvu indeksa loma n, ukupna energija praga za Čerenkovljevo zračenje glasi

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - n^{-2}}}$$
(6.9)

6.5 Slabljenje i apsorpcija γ -zračenja

Kolimiranom (uskom) snopu γ -zračenja početnog intenziteta I_0 prolaskom kroz sredstvo u obliku ravne ploče linearnog koeficijenta atenuacije (slabljenja) μ , intenzitet I se smanjuje prema izrazu

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \tag{6.10}$$

gdje je x debljina sloja sredstva. Linearni koeficijent atenuacije μ treba razlikovati od linearnog koeficijenta apsorpcije τ koji je uvijek manji i uključuje procese u kojima sredstvo apsorbira energiju γ -zračenja. Oba koeficijenta ovise o energiji fotona.

Tri dominantna mikroskopska procesa koja računamo u μ su: Comptonov efekt, fotoefekt i stvaranje para elektron-pozitron. U ovim procesima nastaju sekundarni elektroni, i dodatno, sekundarni fotoni nižih energija od upadnih. Koeficijent apsorpcije τ uključuje samo energiju početnih (primarnih) γ kvanata koja se konvertirala u kinetičku energiju sekundarnih elektrona i oni su glavni uzrok ionizacije i pobuđenja atoma i molekula u sredstvu.

6.5.1 Točkasti izvor

Izraz (6.10) se mijenja ako sloj sredstva ima zakrivljene plohe na svojim rubovima. Neka se točkasti izvor γ -zračenja nalazi u sredstvu linearnog koeficijenta atenuacije μ , gdje je jedan rub sferna ploha u beskonačnosti. Intenzitet na udaljenosti r od izvora možemo izračunati prema izrazu:

$$I(r) = \frac{nE_{\gamma}}{4\pi r^2} e^{-\mu r}$$
(6.11)

gdje je *n* broj emitiranih γ -kvanata po jediničnom vremenu, a E_{γ} je energija jednog kvanta.

6.6 Doze zračenja

6.6.1 Ekspozicijska doza zračenja i brzina ekspozicije

Ekspozicijska doza zračenja je ekvivalent gustoće energije zračenja izračunate na temelju efekata ionizacije u suhom, atmosferskom zraku. Za računanje se češće upotrebljava ekspozicijska doza zračenja po jediničnom vremenu ili *brzina ekspozicije P*

$$P = \tau_z I \tag{6.12}$$

gdje je τ_z linearni koeficijent apsorpcije za zrak, a *I* intenzitet zračenja. Jedinica za ekspozicijsku dozu zračenja je C·kg⁻¹. Stara jedinica za ekspozicijsku dozu zračenja je röntgen (R), 1 R = 6,77 · 10⁴ MeV·cm⁻³.

6.6.2 Apsorbirana doza zračenja

Apsorbirana doza zračenja D je kvocijent prosječne vrijednosti energije ionizirajućeg zračenja ΔE i mase Δm ozračenog tijela

$$D = \frac{\Delta E}{\Delta m} \tag{6.13}$$

Jedinica za apsorbiranu dozu zračenja je grey (Gy), $1 \text{ Gy} = J \cdot \text{kg}^{-1}$. Pretpostavimo da se točkasti izvor γ -zračenja nalazi u sredstvu masene gustoće ρ i linearnog koeficijenta apsorpcije τ . *Apsorbirana doza zračenja po jediničnom vremenu R* definira se izrazom

$$R = \frac{dD}{dt} = \frac{\tau}{\rho}I\tag{6.14}$$

Kvocijent τ/ρ naziva se maseni koeficijent apsorpcije. Jedinica za *R* je 1 Gy· s⁻¹.

6.6.3 Ekvivalentna doza zračenja

Osnovni učinak zračenja u tkivu očituje se u izazvanoj ionizaciji koja nije jednaka za sve vrste zračenja s istom energijom. Na primjer, teže nabijene čestice ili brzi neutroni stvaraju više ionskih parova nego lakše čestice, elektroni. Zbog toga se uvodi *faktor kvalitete zračenja* Q_F te veličina *ekvivalentna doza zračenja* H

$$H = Q_F D \tag{6.15}$$

Jedinica za ekvivalentnu dozu zračenja je sievert (Sv), $1 \text{ Sv} = J \cdot \text{kg}^{-1}$.

Napomena 1 Formule u odjeljcima 6.5 i 6.6 mogu se primijeniti i na rendgensko zračenje, no pri tom treba uzeti u obzir da rendgenske zrake (0, 1 - 100 keV) imaju nižu energiju nego γ -zrake (> 0, 1 MeV).

7 Elementarne čestice

7.1 Osnovne sile u prirodi

Četiri osnovne sile u prirodi su: gravitacija, slaba (nuklearna), elektromagnetska i jaka (nuklearna). Relativna jakost sile određuje vrijeme djelovanja sile. Na primjer, ako su dvije čestice dovoljno blizu da bilo koja od sila može djelovati, tada su vremena raspada ili reakcija za dvije čestice puno duža za slabu silu, nego za jaku silu. Gravitacijska sila je mnogo slabija nego ostale tri sile pa je u fizici elementranih čestica možemo zanemariti.

Туре	Range	Relative Strength	Characteristic Time	Typical Particles
Strong	1 fm	1	$< 10^{-22} \text{ s}$	π, K, n, p
Electromagnetic	Electromagnetic ∞ 10^{-2}		$10^{-14} - 10^{-20} \mathrm{s}$	e, μ , π , K, n, p
Weak	$10^{-3} \mathrm{fm}$	10 ⁻⁷	$10^{-8} - 10^{-13}$ s	All
Gravitational ∞		10 ⁻³⁸	Years	All

Slika 3: Podaci o osnovnim silama u prirodi. (Preuzeto iz knjige Krane K. S., Modern physics, 3rd ed., Wiley, New York, 2012.)

7.2 Čestice i antičestice

Svaka čestica ima antičesticu s identičnom masom i vremenom života, no nabojem, barionskim ili leptonskim brojem suprotnog predznaka. Na primjer, elektron e^- ima antičesticu pozitron e^+ , a proton p ima antičesticu antiproton \bar{p} . Leptonski broj elektrona je 1, a pozitrona -1. Barionski broj protona je 1, a antiprotona je -1. Barionski broj neutrona n je 1, a barionski broj antineutrona \bar{n} je -1.

7.3 Familije čestica

Sve se poznate čestice mogu razvrstati u nekoliko familija: *leptoni*, zatim, *mezoni* i *barioni* koje jednim imenom nazivamo *hadronima*, te čestice koje su *prijenosnici sile*.

Family	Structure	Interactions	Spin	Examples
Leptons	Fundamental	Weak, electromagnetic	Half integral	e, v
Mesons	Composite	Weak, electromagnetic, strong	Integral	π,Κ
Baryons	Composite	Weak, electromagnetic, strong	Half integral	p, n

Slika 4: Podaci o osnovnim silama u prirodi. (Preuzeto iz knjige Krane K. S., Modern physics, 3rd ed., Wiley, New York, 2012.)

7.3.1 Leptoni

Leptoni interagiraju slabom ili elektromagnetskom silom i imaju spin 1/2. Leptoni su u pravom smislu riječi elementarne čestice: barem zasada, eksperimenti potvrđuju da nemaju strukturu kao hadroni i ne mogu se razložiti na elementarnije čestice.

7.3.2 Mezoni

Mezoni interagiraju jakom silom i imaju cjelobrojni spin. Stvaraju se u reakcijama uz jaku interakciju. Raspadi mezona u druge mezone i leptone odvijaju se uz jaku, slabu i elektromagnetsku interakciju.

Particle	Antiparticle	Particle Charge (<i>e</i>)	Spin (ħ)	Rest Energy (MeV)	Mean Life (s)	Typical Decay Products
e-	e ⁺	-1	$\frac{1}{2}$	0.511	∞	
ν _e	$\overline{\nu}_{e}$	0	$\frac{1}{2}$	< 2 eV	∞	
μ^-	μ^+	-1	$\frac{1}{2}$	105.7	2.2×10^{-6}	$e^- + \overline{\nu}_e + \nu_\mu$
$ u_{\mu}$	$\overline{\nu}_{\mu}$	0	$\frac{1}{2}$	< 0.19	∞	
τ-	$ au^+$	-1	$\frac{1}{2}$	1777	2.9×10^{-13}	$\mu^- + \overline{\nu}_\mu + \nu_\tau$
ντ	$\overline{\nu}_{\tau}$	0	$\frac{1}{2}$	< 18	∞	

Slika 5: Elementarne čestice iz familije leptona. (Preuzeto iz knjige Krane K. S., Modern physics, 3rd ed., Wiley, New York, 2012.)

Particle	Antiparticle	Charge* (e)	Spin (ħ)	Strangeness*	Rest Energy (MeV)	Mean Life (s)	Typical Decay Products
π^+	π^{-}	+1	0	0	140	2.6×10^{-8}	$\mu^+ + \nu_\mu$
π^0	π^0	0	0	0	135	8.4×10^{-17}	$\gamma + \gamma$
K ⁺	K-	+1	0	+1	494	1.2×10^{-8}	$\mu^+ + \nu_\mu$
K ⁰	\overline{K}^0	0	0	+1	498	0.9×10^{-10}	$\pi^+ + \pi^-$
η	η	0	0	0	548	5.1×10^{-19}	$\gamma + \gamma$
ρ^+	ρ^{-}	+1	1	0	775	4.4×10^{-24}	$\pi^{+} + \pi^{0}$
η'	η'	0	0	0	958	3.2×10^{-21}	$\eta + \pi^+ + \pi^-$
D^+	D-	+1	0	0	1869	1.0×10^{-12}	$K^- + \pi^+ + \pi^+$
${ m J}/\psi$	J/ψ	0	1	0	3097	7.1×10^{-21}	$e^{+} + e^{-}$
B ⁺	B-	+1	0	0	5279	1.6×10^{-12}	$D^{-} + \pi^{+} + \pi^{-}$
Υ	Υ	0	1	0	9460	1.2×10^{-20}	$e^{+} + e^{-}$

*The charge and strangeness are those of the particle. Values for the antiparticle have the opposite sign. The spin, rest energy, and mean life are the same for a particle and its antiparticle.

Slika 6: Izabrane čestice iz familije mezona. (Preuzeto iz knjige Krane K. S., Modern physics, 3rd ed., Wiley, New York, 2012.)

7.3.3 Barioni

Barioni interagiraju jakom silom i imaju polucjelobrojni spin. Kao i mezoni, barioni mogu nastati u reakcijama s jakom interakcijom, a raspadi se događaju uz jaku, slabu i elektromagnetsku interakciju.

7.3.4 Prijenosnici sile

Svaka od četiri temeljne sile može se prikazati kao emisija i apsorpcija čestica koje nose interakciju. Na primjer, *gluoni* su prijenosnici jake sile koja djeluje između kvarkova, a *fotoni* prenose elektromagnetsku silu.

7.4 Zakoni očuvanja

Zakoni očuvanja posljedica su simetrija za dani problem, a daju informaciju o tome da li je hipotetski raspad ili reakcija moguć, koje se čestice pri tom javljaju i s kojim svojstvima. Uz zakone očuvanja energije, impulsa, angularnog momenta i električnog naboja navest ćemo još:

Particle	Antiparticle	Charge* (e)	Spin (ħ)	Strangeness*	Rest Energy (MeV)	Mean Life (s)	Typical Decay Products
р	\overline{p}	+1	$\frac{1}{2}$	0	938	∞	
n	n	0	$\frac{1}{2}$	0	940	886	$p + e^- + \overline{\nu}_e$
Λ^0	$\overline{\Lambda}^{0}$	0	$\frac{1}{2}$	-1	1116	2.6×10^{-10}	$p + \pi^-$
Σ^+	$\overline{\Sigma}^+$	+1	$\frac{1}{2}$	-1	1189	8.0×10^{-11}	$p + \pi^0$
Σ^0	$\overline{\Sigma}^{0}$	0	$\frac{1}{2}$	-1	1193	7.4×10^{-20}	$\Lambda^0 + \gamma$
Σ^{-}	$\overline{\Sigma}^{-}$	-1	$\frac{1}{2}$	-1	1197	1.5×10^{-10}	$n + \pi^-$
Ξ^0	$\overline{\Xi}^{0}$	0	$\frac{1}{2}$	-2	1315	2.9×10^{-10}	$\Lambda^0 + \pi^0$
Ξ^-	Ξ	-1	$\frac{1}{2}$	-2	1322	1.6×10^{-10}	$\Lambda^0 + \pi^-$
Δ^*	$\overline{\Delta}^*$	+2, +1, 0, -1	$\frac{3}{2}$	0	1232	5.6×10^{-24}	$p + \pi$
Σ^*	$\overline{\Sigma}^*$	+1, 0, -1	$\frac{3}{2}$	-1	1385	1.8×10^{-23}	$\Lambda^0 + \pi$
Ξ^*	Ξ*	-1,0	$\frac{3}{2}$	-2	1533	7.2×10^{-23}	$\Xi + \pi$
Ω^{-}	$\overline{\Omega}^{-}$	-1	$\frac{3}{2}$	-3	1672	8.2×10^{-11}	$\Lambda^0 + K^-$

*The charge and strangeness are those of the particle. Values for the antiparticle have the opposite sign. The spin, rest energy, and mean life are the same for a particle and its antiparticle.

Slika 7: Izabrane čestice iz familije bariona. (Preuzeto iz knjige Krane K. S., Modern physics, 3rd ed., Wiley, New York, 2012.)

Force	Field Particle	Symbol	Charge (e)	Spin (ħ)	Rest Energy (GeV)
Strong	Gluon	g	0	1	0
Electromagnetic	Photon	γ	0	1	0
Weak Weak boson		W^+, W^- Z^0	$ \begin{array}{c} \pm 1 \\ 0 \end{array} $	1	80.4 91.2
Gravitational	Graviton		0	2	0

Slika 8: Čestice iz familije prijenosnika sile. (Preuzeto iz knjige Krane K. S., Modern physics, 3rd ed., Wiley, New York, 2012.)

- Zakoni očuvanja leptonskog broja L: u svakom procesu, leptonski broj za leptone elektronskog tipa L_e , za leptone mionskog tipa L_{μ} , te za leptone τ -tipa L_{τ} mora ostati konstantan. Leptoni imaju leptonski broj jednak 1, a za njihove antičestice je leptonski broj jednak -1. Ostale čestice imaju leptonski broj jednak 0.
- Zakon očuvanja barionskog broja B: u svakom procesu, barionski broj mora ostati konstantan. Barioni imaju barionski broj jednak 1, a njihove antičestice -1. Ostale čestice imaju barionski broj jednak 0.

Za reakcije s jakim nuklearnim reakcijama vrijede dodatno:

- Zakon očuvanja stranosti *S*; u procesima za koje su odgovorne jaka i elektromagnetska sila, ukupna stranost *S* mora biti očuvana. U procesima u kojima je odgovorna slaba sila, stranost *S* ostaje konstantna ili se mijenja za jedan.
- Zakon očuvanja izospina I i njegove z-projekcije I_z . Izospin je očuvan u procesima s jakim interakcijama; proton ima $I_z = 1/2$, a neutron $I_z = -1/2$.

7.4.1 Gell-Man–Nishijimina relacija

Za jake nuklearne interakcije, električni naboj Q u jedinicama od e, hipernaboj Y i z-projekcija izospina I_z povezani su Gell-Man–Nishijiminom relacijom

$$Q = \frac{Y}{2} + I_z \tag{7.1}$$

7.4.2 Hipernaboj

Za jake nuklearne interkacije, relacija koja povezuje hipernaboj Y, barionski broj B i stranost S

$$Y = B + S \tag{7.2}$$

U čestičnim reakcijama očuvani su B i S, iz relacije (7.2) slijedi da je očuvan i hipernaboj Y.

7.5 Ukupna energija i impuls slobodne relativističke čestice

Za relativističku česticu kinetičke energije K ukupna energija E i iznos impulsa p jednaki su

$$E = K + mc^2 \tag{7.3a}$$

$$pc = \sqrt{K\left(K + 2mc^2\right)} \tag{7.3b}$$

gdje je mc^2 energija mirovanja. Veza ukupne energije i impusa slobodne čestice dana je izrazom

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \tag{7.4}$$

Ukupna energija slobodne čestice dana je relacijom

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \tag{7.5}$$

gdje je $\beta = v/c$, v je brzina čestice.

7.6 Raspadi i reakcije elementarnih čestica

Q-vrijednost raspada elementarnih čestica računa se po formuli

$$Q = \left(m_i - m_f\right)c^2 \tag{7.6}$$

gdje je $m_i c^2$ energija mirovanja početne čestice, a $m_f c^2$ energija mirovanja čestica nastalih u procesu raspada. Raspad će se dogoditi samo ako je Q > 0. Također, Q-vrijednost jednaka je ukupnoj kinetičkoj energiji čestica nastalih u raspadu u koordinatnom sustavu u kojem početna čestica miruje pri čemu vrijedi zakon očuvanja impulsa $\sum_k \mathbf{p}_k = 0$.

Q-vrijednost reakcije elementarnih čestica definira se identično formuli (5.5). Kinetička energija praga reakcije K_{th} je minimalna energija upadne čestice pri kojoj se reakcija može dogoditi. Računamo je po formuli:

$$K_{\rm th} = (-Q) \frac{\rm ukupna \ masa \ čestica \ u \ reakciji}{2 \times masa \ čestice \ koja \ je \ meta}$$
(7.7)

pri čemu je Q < 0.

7.7 Kvarkovi

Hadroni su građeni od kvarkova koji međudjeluju jakom silom: mesoni uobičajeno od dva, a barioni od tri kvarka.

7.7.1 Standardni model elementarnih čestica

			Charge	Spin	Baryon	Rest Energy	Properties			
Туре	Symbol	Antiparticle	(e)	(ħ)	Number	(MeV)	C	S	Т	В
Up	u	ū	$+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	330	0	0	0	0
Down	d	\overline{d}	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	330	0	0	0	0
Charm	с	ī	$+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	1500	+1	0	0	0
Strange	S	s	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	500	0	-1	0	0
Тор	t	ī	$+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	172,000	0	0	+1	0
Bottom	b	b	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	4700	0	0	0	-1

Slika 9: Osnovna svojstva kvarkova. (Preuzeto iz knjige Krane K. S., Modern physics, 3rd ed., Wiley, New York, 2012.)



Standard Model of Elementary Particles

Slika 10: Standardni model elemetarnih čestica. (Preuzeto s Wikipedije: https://en.wikipedia.org/wiki/Standard_Model)

PRILOZI

PRILOG I: Fizičke konstante

Konstanta	Simbol i vrijednost
Trojna točka za vodu	$T_t = 273,15 \mathrm{K}$
Avogadrov broj	$N_A = 6,0221367 \cdot 10^{23} \mathrm{mol}^{-1}$
Molarni volumen	$V_M = 22,41410 \cdot 10^{-3} \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{mol}^{-1}$
Opća plinska konstanta	$R = 8,314510 \mathrm{J} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}$
Planckova konstanta	$h = 6,6260755 \cdot 10^{-34} \mathrm{J} \cdot \mathrm{s}$
Reducirana Planckova konstanta	$\hbar = h/2\pi = 1,05457266 \cdot 10^{-34} \mathrm{J} \cdot \mathrm{s}$
Wienova konstanta	$c_W = 2,897756 \cdot 10^{-3} \mathrm{m} \cdot \mathrm{K}$
Boltzmannova konstanta	$k_B = \frac{R}{N_A} = 1,3806568 \cdot 10^{-23} \mathrm{J} \cdot \mathrm{K}^{-1}$
Stefan-Boltzmannova konstanta	$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3} = 5,67051 \cdot 10^{-8} \mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-4}$
Elektron-volt	$1 \mathrm{eV} = 1,60217733 \cdot 10^{-19} \mathrm{J}$
	$1 \mathrm{J} = 0.6241506 \cdot 10^{19} \mathrm{eV}$
Masa elektrona	$m_e = 9,1093897 \cdot 10^{-31} \mathrm{kg}$
Naboj elektrona	$q_e = -e = -1,60217733 \cdot 10^{-19} \mathrm{C}$
Energija mirovanja elektrona	$m_e c^2 = 0,51099906 \mathrm{MeV}$
Atomna masena konstanta	$u = 1,6605402 \cdot 10^{-27} \mathrm{kg}$
Energija atomne masene konstante	$uc^2 = 931,49432 \mathrm{MeV}$
Masa protona	$m_p = 1,6726231 \cdot 10^{-27} \mathrm{kg}$
Naboj protona	$q_p = e = 1,60217733 \cdot 10^{-19} \mathrm{C}$
Energija mirovanja protona	$m_p c^2 = 938,27231 \mathrm{MeV}$
Masa neutrona	$m_n = 1,6749286 \cdot 10^{-27} \mathrm{kg}$
Energija mirovanja neutrona	$m_n c^2 = 939,566 \mathrm{MeV}$
Comptonova valna duljina	$\lambda_c = \frac{h}{m_e c} = 2,42631058 \cdot 10^{-12} \mathrm{m}$

LITERATURA

Krane, K. S., Modern Physics, 4th. ed., John Wiley, New York, 2019.

- Eisberg, R., and Resnick, R., Quantum Physics, 2nd. ed., John Wiley, New York, 1985.
- Evans, R. D., The Atomic Nucleus, John Wiley, New York, 1955.
- Irodov, I. E., Problems in Atomic and Nuclear Physics, Mir Publishers, Moscow, 1983.
- Irodov, I. E., Problems in General Physics, Mir Publishers, Moscow, 1981.
- Lopac, V., i dr., Riješeni zadaci iz elektromagnetskih pojava i strukture tvari, Školska knjiga, Zagreb, 1992.
- Demtröder, W., Nuclear and Particle Physics, Springer, Cham, 2023.
- Tipler, P. A., Llewellyn, R. A., *Modern Physics*, 6th. ed., W. H. Freeman and Company, New York, 2012.