

KVANTNA MEHANIKA

Pismeni ispit 8. 9. 2023.

ZADATAK 1

Čestica mase m giba se u polju privlačnog potencijala oblika delta-funkcije

$$V(x) = -\frac{\hbar^2 g^2}{2m} \delta(x)$$

gdje je g konstanta. Ne vježbama smo izračunali valnu funkciju za (jedino!) vezano stanje u ovom problemu koja glasi

$$\psi_0(x) = \sqrt{\kappa} e^{-\kappa|x|}$$

Pretpostavimo da na česticu djeluje trenutna sila koja joj preda impuls p_0 . Novo stanje čestice postaje:

$$\psi_1(x) = \psi_0(x) e^{ip_0 x/\hbar}$$

(a) Pokažite da je prosječni impuls u stanju ψ_0 jednak nuli, a u stanju ψ_1 jednak p_0 .

(b) Izračunajte vjerojatnost da česticu, nakon dobivanja impulsa p_0 (kad je u stanju ψ_1), nađemo u stanju ψ_0 .

ZADATAK 2

Dvije čestice imaju spinove $s_1 = 1$ i $s_2 = 2$. Njihovo međudjelovanje opisuje hamiltonijan

$$H = 2\lambda \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$$

gdje su \mathbf{S}_1 , \mathbf{S}_2 operatori spina prve i druge čestice, a $\lambda > 0$.

(a) Zapišite H pomoću operatora $\mathbf{S}^2 = (\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2)^2$ te izračunajte svojstvene vrijednosti za H . Odredite broj degeneriranih stanja za svaku svojstvenu vrijednost.

(b) Neka je sustav ovih dvaju čestica u stanju s najnižom energijom u trenutku mjerenja z -projekcije ukupnog angularnog momenta. Recimo da je izmjerena vrijednost $m = 1$ (odnosno, $S_z \rightarrow \hbar$).

Odredite koje je vrijednosti moguće dobiti mjerenjem S_{2z} i koje su odgovarajuće vjerojatnosti.

Uputa: poslužite se tablicama s Clebsch-Gordanovim koeficijentima.

ZADATAK 3

Čestica mase m giba se između dvije koncentrične sfere polumjera a i b ($b > a$) koje imaju neprobojne stijenke. Osim ograničenja sferama, drugih potencijala nema. Nađite energiju osnovnog stanja i normaliziranu valnu funkciju za osnovno stanje.

ZADATAK 4

Može se izvesti da su fazni pomaci u (prvoj) Bornovoj aproksimaciji jednaki

$$\tan \delta_l = -k \int_0^\infty [j_l(kr)]^2 U(r) r^2 dr$$

gdje je $U(r)$ reducirani potencijal, $U(r) = (2m/\hbar^2)V(r)$. Upotrijebite ovu formulu te izračunajte $l = 0$ fazni pomak za raspršenje na

(a) Yukawainom potencijalu $V(r) = V_0 r^{-1} \exp(-ar)$.

(b) na polarizacijskom potencijalu $V(r) = V_0/(r^2 + d^2)^2$, gdje je d konstanta.