

# KVANTNA MEHANIKA

Drugi kolokvij 16. 5. 2023.

**ZADATAK 1** Razmotrite sustav čija je valna funkcija jednaka

$$\psi(\theta, \phi) = \frac{1}{2} Y_0^0(\theta, \phi) + \frac{1}{\sqrt{3}} Y_1^1(\theta, \phi) + \frac{1}{2} Y_1^{-1}(\theta, \phi) + \frac{1}{\sqrt{6}} Y_2^2(\theta, \phi)$$

- (a) Je li  $\psi$  normalizirana?  
 (b) Je li  $\psi$  svojstvena funkcija za  $L^2$  i  $L_z$ ?  
 (c) Izračunajte  $L_{\pm}\psi$  i  $\langle \psi | L_{\pm} | \psi \rangle$ .  
 (d) Ako mjerimo  $z$ -komponentu orbitalnog angularnog momenta, nađite vjerojatnost da izmjerimo  $0$ ,  $\hbar$ ,  $-\hbar$  i  $2\hbar$ .  
**Uputa:** za operatore podizanja i spuštanja  $L_+$  i  $L_-$  vrijede uobičajene relacije

$$L_{\pm} = L_x \pm iL_y$$

$$L_{\pm} Y_l^m(\theta, \phi) = \hbar \sqrt{l(l+1) - m(m \pm 1)} Y_l^{m \pm 1}(\theta, \phi)$$

**ZADATAK 2** (a) Čestica spina 1 i čestica spina 2 miruju u konfiguraciji u kojoj je ukupni spin 3 i  $z$ -komponenta ukupnog spina 1, u jedinicama  $\hbar$ . Ako mjerimo  $z$ -komponentu spina čestice 2, koje vrijednosti ćete dobiti i s kojim vjerojatnostima?

(b) Elektron sa spinom  $m_s = -1/2$  nalazi se u stanju  $\psi_{510}$  u vodikovom atomu. Ako biste mogli mjeriti ukupni angularni moment elektrona (bez spina protona), koje vrijednosti biste dobili i s kojim vjerojatnostima?

**ZADATAK 3** Nađite energiju osnovnog stanja ( $l = 0$ ) i valnu funkciju za Hulthénov potencijal

$$V(r) = -\frac{V_0 e^{-ar}}{1 - e^{-ar}}$$

gdje je  $V_0 > 0$ .

**Uputa:** potražite rješenje radijalne Schrödingerove jednadžbe u obliku

$$\psi(r) = \frac{A}{r} e^{-\gamma r} (1 - e^{-ar})$$

gdje je  $A$  konstanta. Koji uvjet mora zadovoljavati konstanta  $\gamma$ ?