

KVANTNA MEHANIKA

Prvi kolokvij 18. 4. 2023.

ZADATAK 1

Razmotrite sustav čija je valna funkcija u $t = 0$ jednaka

$$\Psi(x, 0) = \frac{3}{\sqrt{50}} \psi_1(x) + \frac{4}{\sqrt{50}} \psi_2(x) + \frac{1}{\sqrt{6}} \psi_3(x)$$

gdje su $\psi_n(x)$ rješenja stacionarne Schrödingerove jednadžbe za beskonačnu potencijalnu jamu širine a .

(a) Nađite prosječnu energiju ovog sustava u $t = 0$.

(b) Nađite valnu funkciju $\Psi(x, t)$. Kolika je prosječna vrijednost energije za $t \neq 0$? Usporedite s (a).

ZADATAK 2

Razmotrite česticu mase m koja se giba pod utjecajem gravitacije. Hamiltonijan za ovaj

problem glasi

$$H = \frac{p_z^2}{2m} + mgz$$

gdje je z visina u odnosu na površinu Zemlje.

(a) Izračunajte:

$$\frac{d\langle z \rangle}{dt}, \quad \frac{d\langle p_z \rangle}{dt}, \quad \frac{d\langle H \rangle}{dt}$$

(b) Napišite diferencijalnu jednadžbu za $\langle z \rangle$ i riješite je. Pretpostavite da je $\langle z \rangle$ u trenutku $t = 0$ jednaka z_0 i da je $\langle p_z \rangle$ u $t = 0$ jednak p_0 . Je li dobiveni rezultat sličan onome iz klasične fizike?

ZADATAK 3

Čestica mase m raspršena je na potencijalu

$$V(x) = V_0 \delta(x-a) + V_0 \delta(x+a)$$

gdje je $V_0 > 0$.

(a) Nađite koeficijent transmisije za česticu energije $E > 0$.

(b) Kad je V_0 vrlo velik ($V_0 \rightarrow \infty$), nađite rezonantne energije, odnosno, energije za slučaj $T \rightarrow 1$. Usporedite ih s energijama beskonačne potencijalne jame širine $2a$.