

Sveučilište u Rijeci, Fakultet za fiziku

Klaudija Lončarić

Velimir Labinac

Moderna fizika II

Zbirka zadataka

Izdano: 1. ožujka 2023.

Ova zbirka sadrži zadatke koji su tijekom godina dani na vježbama, domaćim zadaćama, kolokvijima i pismenim ispitima iz kolegija *Moderna fizika II*. Zbirku ćemo nadopunjavati novim zadacima, a u planu su i rješenja/upute za jedan dio zadataka.

Osim standardnih sadržaja iz, na primjer, molekulske fizike ili nuklearne i fizike čestica, u zbirku smo uvrstili i neke neuobičajene, poput interakcije zračenja i materije ili, fizike plazme. Ova se područja uglavnom obrađuju na specijaliziranim predmetima, no u zbirci su ipak našla svoje mjesto jer se javljaju u mnogobrojnim primjenama kao što su medicinska fizika ili astrofizika. Slično ostalim kolegijima iz opće fizike, trudili smo se ponuditi što veći broj zadataka u kojima se traži uporaba infinitezimalnog računa. Mišljenja smo da je primjena infinitezimalnog računa u fizici nužna ne samo za razumijevanje gradiva, već i za lakši prelazak na zadatke iz teorijskih fizika gdje je matematički aparat još složeniji.

Moderna fizika II ima relativno mali broj sati vježbi (15 sati u semestru) pa se to odrazilo i na broj zadataka u ovoj zbirci. Također, studenti na kolegiju polažu samo jedan kolokvij umjesto dva, što je uobičajena brojka na većini ostalih predmeta studija fizike. No, nadamo se da će zbirka u ovom formatu ipak pomoći studentima i uputiti ih na odgovarajuću složenost zadataka na kolokvijima i pismenim ispitima.

Klaudija Lončarić

Velimir Labinac

Sveučilište u Rijeci, Fakultet za fiziku

Sadržaj

1. Elektromagnetsko zračenje. Planckov zakon zračenja crnog tijela	1
2. Struktura i spektri dvoatomnih molekula. Ramanov učinak	6
3. Laseri. Fizika plazme	10
4. Struktura atomske jezgre. Radioaktivnost	14
5. Nuklearne reakcije i primjene	18
6. Interakcija zračenja i materije	20
7. Elementarne čestice	22
 Literatura	 24

1 Elektromagnetsko zračenje. Planckov zakon zračenja crnog tijela

Zadatak 1.1 Minimalna gustoća toka zračenja svjetlosti koju oko može opaziti iznosi $10^{-10} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. Koliko fotona u sekundi tada padne na zjenicu oka? Uzmite da je valna duljina svjetlosti $5,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, a površina šarenice oka približno 10^{-4} m^2 .

Zadatak 1.2 Natrijeva lampa snage 100 W emitira energiju jednoliko u svim smjerovima. Valna duljina svjetlosti natrijeve lampe iznosi 589 nm.

(a) Koliko fotona u sekundi emitira lampa?

(b) Na kojoj udaljenosti od lampe će potpuno apsorbirajući zastor apsorbirati fotone u obrocima 1 foton po cm^2 svake sekunde?

(c) Koliki je tok fotona na zastoru 2 m od lampe?

Zadatak 1.3 Elektromagnetski val frekvencije $6,5 \cdot 10^8 \text{ Hz}$ širi se kroz izolator koji za danu frekvenciju zračenja ima relativnu permitivnost 3,64 i relativnu permeabilnost 5,18. Amplituda električnog polja jednaka je $7,2 \cdot 10^{-3} \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$.

(a) Kolika je brzina širenja vala i njegova valna duljina u tom sredstvu?

(b) Izračunajte intenzitet elektromagnetskog vala u danom sredstvu.

(c) Kolika je valna duljina promatranog vala u zraku?

Zadatak 1.4 Magnetsko polje monokromatskog ravnog vala u vakuumu zadano je izrazom:

$$\mathbf{B}(x,t) = B_0 \mathbf{e}_z \cos(kx - \omega t)$$

pri čemu je $B_0 = 2 \cdot 10^{-9} \text{ T}$ i $\omega = 10^{15} \pi \text{ s}^{-1}$.

(a) U kojem se smjeru giba val?

(b) Izračunajte frekvenciju, valnu duljinu i valni broj.

(c) Koja formula opisuje električno polje?

(d) Izračunajte Poyntingov vektor za ovaj elektromagnetski val.

(e) Izvedite formulu za intenzitet elektromagnetskog vala.

Zadatak 1.5 Odredite valnu duljinu na kojoj je zračenje apsolutno crnog tijela maksimalno, ako se zna da 1 m^2 površine tijela zrači snagu 5,7 W.

Zadatak 1.6 Spektar Sunca promatramo kao spektar apsolutno crnog tijela pri čemu je valna duljina koja odgovara maksimumu intenziteta zračenja 0,48 μm . Nađite snagu toplinskog zračenja Sunca, kao i vrijeme za koje će se masa Sunca zbog zračenja smanjiti za 1 %. Masa Sunca iznosi $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, a polumjer Sunca je $7 \cdot 10^8 \text{ m}$.

Zadatak 1.7 Kako će glasiti Planckova relacija za zračenje crnog tijela u graničnim slučajevima:

(a) $h\nu \ll k_B T$

(b) $h\nu \gg k_B T$?

Zadatak 1.8 Dvije kuglice nalaze se na međusobnoj udaljenosti 1 m. Prva kuglica ima polumjer 2 mm i temperaturu 800 K, druga ima polumjer 1 mm i temperaturu 1000 K. Između kuglica nalazi se kružna pločica polumjera 25 cm; os simetrije pločice podudara se sa spojnicom kuglica. Odredite udaljenost od prve kuglice na koju moramo staviti pločicu da bi stacionarna temperatura pločice bila najmanja. Kuglice i pločica ponašaju se kao crna tijela.

Zadatak 1.9 Nađite najvjerojatniju valnu duljinu u spektru toplinskog zračenja za kojeg je odzračnost (radijacijska egzitancija) jednaka $5,7 \text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}$.

Zadatak 1.10 (a) Odredite početnu i konačnu temperaturu crnog tijela ako mu se pri dvostrukom povećanju temperature T , valna duljina na kojoj je zračenje maksimalno, λ_m , smanji na 750 nm.

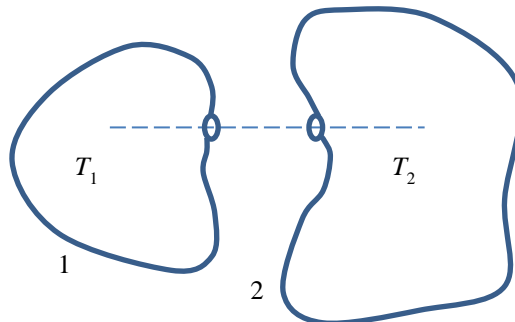
(b) Nacrtajte spektar zračenja crnog tijela po valnim duljinama za temperature $T_1 = 5500 \text{ K}$ i $T_2 = 8000 \text{ K}$. Izračunajte ukupni intenzitet zračenja i valnu duljinu na kojoj je zračenje maksimalno za obje temperature. Za crtanje koristite, na primjer, Excel ili Mathematicu, no možete i bilo koji drugi software.

Zadatak 1.11 Zvijezda Betelgez spada u kategoriju crvenih superdivova čija je površinska temperatura 3500 K, a promjer 900 puta veći od promjera Sunca. Pretpostavite da zrači kao crno tijelo.

(a) Ako bi Betelgez zračila svu energiju na valnoj duljini λ_m koja odgovara maksimalnoj spektralnoj gustoći zračenja, koliko bi fotona po sekundi zračila zvijezda?

(b) Nađite omjer snage koju zrači Betelgez i snage koju zrači Sunce. Sunce ima polumjer $6,96 \cdot 10^8$ m i površinsku temperaturu 5800 K.

Zadatak 1.12 Dvije izotermne šupljine 1 i 2 imaju male rupe jednakih polumjera $r = 0,5$ cm i savršeno reflektirajuće vanjske površine. Šupljine su postavljene jedna prema drugoj, a udaljenost između njih je $R = 10$ cm. U šupljini 1 održavamo konstantnu temperaturu $T_1 = 1700$ K. Izračunajte temperaturu u stacionarnom stanju u šupljini 2.



Zadatak 1.13 U visokoj Zemljinj orbiti nalazi se umjetni satelit oblika kugle načinjen od metala s velikom toplinskom provodnosti i albedom 0,8. Do koje se temperature satelit ugrije ako je intenzitet zračenja sa Sunca koji dolazi do satelita jednak $1,35 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}$? Pretpostavite da satelit zrači kao savršeno crno tijelo.

Zadatak 1.14 Koju brzinu mora imati elektron da bi njegova količina gibanja bila jednaka količini gibanja fotona valne duljine 6,4 nm? Kolika je tada energija elektrona? Pri računanju koristite relativističke izraze za energiju i impuls elektrona.

Zadatak 1.15 Koristeći Planckov zakon zračenja crnog tijela nađite intenzitet zračenja u intervalu valnih duljina $\pm 2\%$ oko maksimalne valne duljine na temperaturi crnog tijela od 6000 K.

Zadatak 1.16 Amplituda električnog polja monokromatskog EM vala koji se širi u vakuumu je $5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$. Frekvencija vala je 100 MHz. Val se širi u smjeru \mathbf{e}_z .

(a) Napišite izraze za električno i magnetsko polje zadanog vala pa pronađite intenzitet zadanog vala.

(b) Val se širi samo u $+\mathbf{e}_z$ smjeru u snopu poprečnog presjeka 5 cm^2 . Koliko fotona prođe kroz plohu površine 5 cm^2 okomitu na snop vala u 1 s?

Zadatak 1.17 (a) Ako se poveća temperatura crnog tijela:

- (i) ukupna količina zračenja će se smanjiti, a valna duljina maksimuma zračenja povećati;
- (ii) ukupna količina zračenja će se smanjiti, a valna duljina maksimuma zračenja smanjiti;
- (iii) ukupna količina zračenja će se povećati, a valna duljina maksimuma zračenja smanjiti;
- (iv) ukupna količina zračenja će se povećati, a valna duljina maksimuma zračenja povećati.

(b) Ukupni intenzitet zračenja nekog crnog tijela iznosi $I = 50 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Odredite valnu duljinu na kojoj je spektralni intenzitet zračenja maksimalan. Služeći se Planckovom spektralnom distribucijom, odredite ukupni intenzitet zračenja crnog tijela u intervalu valnih duljina od $\pm 1\%$.

Zadatak 1.18 Monokromatska svjetlost valne duljine 400 nm upada okomito na plohu površine 2 cm^2 . Ako je intenzitet svjetlosti $0,3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$, odredite koliko dugo mora ploha biti izložena svjetlosti, da bi na nju palo 10^{20} fotona.

Zadatak 1.19 UV lampa emitira svjetlo valne duljine 400 nm, pri snazi od 400 W. Infracrvena lampa emitira svjetlo valne duljine 700 nm, također pri toj snazi.

(a) Koja lampa emitira više fotona pri istoj snazi?

(b) Koliko se fotona emitira u sekundi?

Zadatak 1.20 Izračunajte frekvenciju fotona koji nastaje kada se elektron brzine $5 \cdot 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ zaustavi pri sudaru s teškom jezgrom.

Zadatak 1.21 U ravnom radio-valu maksimalna vrijednost električnog polja je $5 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$. Izračunajte:
 (a) maksimum komponente magnetskog polja;
 (b) intenzitet vala.

Zadatak 1.22 Kugla radijusa 10 cm zagrijana je na temperaturu $30\,000 \text{ }^\circ\text{C}$ i zrači kao crno tijelo. Nađite:
 (a) valnu duljinu na kojoj je zračenje maksimalno,
 (b) snagu zračenja,
 (c) intenzitet zračenja na valnoj duljini $5 \text{ }\mu\text{m}$.

Zadatak 1.23 Elektromagnetski val ima električno polje dano izrazom

$$\mathbf{E}(y, t) = \mathbf{e}_z (-3,1 \cdot 10^5 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}) \sin(ky - 12,65 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1} t)$$

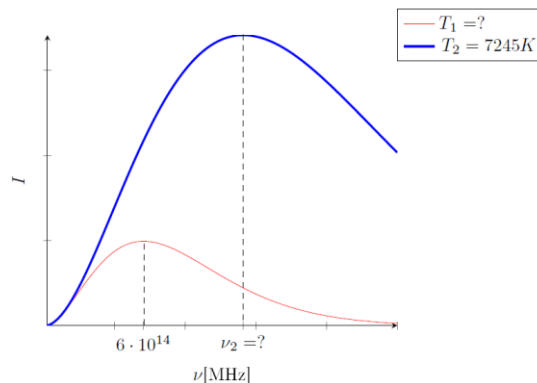
Odredite: smjer širenja vala, njegovu valnu duljinu i izraz za magnetsko polje.

Zadatak 1.24 Sinusoidalni EM val emitiran s radiostanice prolazi kroz otvoreni prozor površine $0,5 \text{ m}^2$. Koliku energiju val prenese za vrijeme 30 s ako električno polje vala ima amplitudu $0,02 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$?

Zadatak 1.25 Izvedite Planckovu relaciju za intenzitet zračenja crnog tijela temperature T na valnoj duljini λ .

Zadatak 1.26 Frekvencija vala je 100 MHz. U nekom materijalu, EM val se širi brzinom $(4/5)c$, a relativna dielektrična konstanta iznosi 3. Odredite relativnu magnetsku permeabilnost danog sredstva i valnu duljinu vala u tom sredstvu. Kolika bi bila valna duljina danog vala u vakuumu?

Zadatak 1.27 Slika prikazuje dio spektra zračenja dva crna tijela. Izračunajte valne duljine maksimuma u spektrima oba tijela, temperaturu prvog tijela i ukupni intenzitet zračenja za svako tijelo.



Zadatak 1.28 (a) Električno polje ravnog monokromatskog vala u vakuumu je dano izrazom:

$$\mathbf{E}(x, t) = \mathbf{e}_y (3 \cdot 10^6 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}) \sin(kx - 11,5 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1} t)$$

Nađite odgovarajući izraz za magnetsko polje i izračunajte intenzitet toga vala.

(b) Žarulja emitira monokromatsko svjetlo valne duljine 600 nm. Ukupna snaga žarulje iznosi 40 W. Koliko fotona žarulja emitira u jednoj sekundi?

Zadatak 1.29 Zvijezda Polaris (Sjevernjača) ima površinsku temperaturu 6015 K. Pod pretpostavkom da zrači kao idealno crno tijelo, nađite:

(a) valnu duljinu λ_m na kojoj je zračenje zvijezde maksimalno;
 (b) pomoću Planckovog zakona zračenja odredite intenzitet zračenja u intervalu valnih duljina $\pm 2 \%$ oko λ_m .

Zadatak 1.30 (a) Indeks loma svjetlosti valne duljine 1,5 nm u optičkom vlaknu iznosi 1,45. Ako amplituda magnetskog polja iznosi $2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$, a smjer širenja elektromagnetskog vala se poklapa s pozitivnim smjerom osi x , odredite električnu i magnetsku komponentu tog elektromagnetskog vala.

(b) Koliko dugo treba žarulja ukupne snage 40 W svijetliti kako bi emitirala 10^{22} fotona valne duljine 550 nm?

Zadatak 1.31 Rigel A, najsjajnije zvijezda u zvijezđu Oriona, ima maksimum intenziteta zračenja na valnoj duljini od 239,5 nm. Pod pretpostavkom da zrači kao idealno crno tijelo, nađite:

- (a) temperaturu zvijezde;
 (b) intenzitet zračenja u intervalu valnih duljina $\pm 1\%$ oko λ_m .

Zadatak 1.32 (a) Električno polje ravnog elektromagnetskog vala u vakuumu je dano izrazom:

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{e}_x (2 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}) \sin \left[(1,14 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}) z - \omega t \right]$$

Nađite odgovarajući izraz za magnetsko polje toga vala.

- (b) Stolna lampa emitira svjetlost intenziteta $100 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ i valne duljine 450 nm. Koliko fotona upada na zjenicu oka u minuti? Uzmite da zjenica oka ima površinu 2 cm^2 .

Zadatak 1.33 Zvijezda TRAPPIST-1 u nedavno otkrivenom planetarnom sustavu je ultra-hladna patuljasta zvijezda glavnog niza površinske temperature 2550 K. Pod pretpostavkom da zrači kao idealno crno tijelo, nađite:

- (a) valnu duljinu λ_m na kojoj je zračenje zvijezde maksimalno;
 (b) pomoću Planckovog zakona zračenja odredite intenzitet zračenja u intervalu valnih duljina $\pm 1\%$ oko λ_m .

Zadatak 1.34 (a) Magnetsko polje ravnog monokromatskog vala u vakuumu je dano izrazom:

$$\mathbf{B}(y, t) = \mathbf{e}_z (5 \cdot 10^{-4} \text{ T}) \sin (ky - 12,5 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1} t)$$

Nađite odgovarajući izraz za električno polje i izračunajte intenzitet toga vala.

- (b) Žarulja emitira monokromatsko svjetlo valne duljine 650 nm. Kolika mora biti snaga žarulje ako u 2 minute emitira $3 \cdot 10^{22}$ fotona?

Zadatak 1.35 Tipični plavi superdiv, tip zvijezde nakon čije eksplozije nastaje crna rupa, ima površinsku temperaturu 30 000 K. Pod pretpostavkom da zrači kao idealno crno tijelo, nađite:

- (a) valnu duljinu λ_m na kojoj je zračenje zvijezde maksimalno;
 (b) pomoću Planckovog zakona zračenja odredite intenzitet zračenja u intervalu valnih duljina $\pm 2\%$ oko λ_m .

Zadatak 1.36 Mirno hodate ulicom i u oko vas pogodi foton energije 2,48 eV. Slučajni prolaznik vas obavijesti da na tom mjestu ljude pogađa najviše fotona upravo tih energija, a svih ostalih energija manje, i kako svi dolaze iz rupice u zidu veličine 2 cm^2 . Kolika je snaga zračenja rupice?

Zadatak 1.37 Za koliko stupnjeva će se promijeniti početna temperatura apsolutno crnog tijela koja je u početku iznosila 2000 K, ako se vrijednost valne duljine koja odgovara maksimumu intenziteta zračenja povećava za $0,5 \mu\text{m}$?

Zadatak 1.38 Užarena ploča površine 20 cm^2 u jednoj minuti izrači $0,5 \text{ kW} \cdot \text{h}$ energije.

- (a) Na koju temperaturu je ploča ugrijana ako smatramo da zrači kao crno tijelo?
 (b) Izgleda li ploča zaista crno?

Zadatak 1.39 Otvor na šupljaj, toplinski izoliranoj kugli ima površinu 2 cm^2 . Unutrašnji polumjer kugle iznosi 40 cm, dok temperatura stijenki iznosi 2000 K.

- (a) Odredite valnu duljinu na kojoj je spektralna gustoća zračenja maksimalna. Koja je to vrsta zračenja?
 (b) Izračunajte intenzitet zračenja i ukupnu snagu koju zrači taj otvor.
 (c) Kolika je gustoća energije unutar kugle?
 (d) Kolika je ukupna energija zračenja unutar kugle?

Zadatak 1.40 Polazeći od Planckovog zakona zračenja crnog tijela:

- (a) Nađite Stefan-Boltzmannovu konstantu.
 (b) Izvedite 2. Wienov zakon.

Zadatak 1.41 Koristeći Planckov zakon zračenja crnog tijela nađite:

- (a) Temperaturu na kojoj će intenzitet zračenja fotona valne duljine 2058,8 nm iznositi $10^{13} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.
 (b) Intenzitet zračenja u intervalu valnih duljina 5% oko maksimalne valne duljine na temperaturi crnog tijela od 2000 K.

Zadatak 1.42 Koristeći Planckov zakon zračenja crnog tijela nađite za koliko će se povećati gustoća toka zračenja na $0,6 \mu\text{m}$ pri povećanju temperature crnog tijela s 2000 K na 3000 K.

Zadatak 1.43 Površinska temperatura zvijezde Proxima Centauri (crveni patuljak) iznosi 3050 K. Pomoću zakona koji opisuju zračenje crnog tijela, nađite:

- (a) valnu duljinu na kojoj je zračenje te zvijezde maksimalno i intenzitet zračenja te zvijezde;
 (b) intenzitet zračenja u intervalu valnih duljina $\pm 2\%$ oko maksimalne valne duljine zračenja.

Zadatak 1.44 Na šupljoj, toplinski izoliranoj kugli načinjen je otvor u obliku kruga polumjera 0,5 cm. Unutrašnji polumjer kugle iznosi 50 cm, a temperatura stijenki je 3000 K. Nađite:

- (a) Odredite valnu duljinu na kojoj je spektralna gustoća zračenja maksimalna. Koja je to vrsta zračenja?
 (b) Izračunajte intenzitet zračenja i ukupnu snagu koju zrači taj otvor.
 (c) Kolika je ukupna energija zračenja unutar kugle?

Zadatak 1.45 (a) Odredite početnu i konačnu temperaturu crnog tijela ako mu se pri dvostrukom povećanju temperature T , valna duljina na kojoj je zračenje maksimalno λ_m , smanji na 750 nm.

(b) Skicirajte spektar zračenja crnog tijela po valnim duljinama za temperature $T_1 = 5500$ K i $T_2 = 8000$ K. Izračunajte ukupni intenzitet zračenja i valne duljine na kojoj je zračenje maksimalno, za obje temperature.

Zadatak 1.46 Elektromagnetski val ima električno polje dano formulom

$$\mathbf{E}(y, t) = \mathbf{e}_z (5 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}) \sin \left[ky - (11 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}) t \right]$$

Odredite valnu duljinu, frekvenciju i izraz za magnetsko polje.

Zadatak 1.47 (a) Satelit udaljen od zvijezde $2 \cdot 10^{12}$ m mjeri intenzitet EM zračenja te zvijezde od $5 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Ukoliko zvijezda emitira jednoliko u svim smjerovima, nađite snagu zračenja te zvijezde i energiju koju emitira zvijezda za vrijeme od godine dana.

(b) Koliki je impuls (količina gibanja) fotona energije 3 MeV?

Zadatak 1.48 (a) Električno polje ravnog elektromagnetskog vala u vakuumu je dano izrazom:

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{e}_y (9 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}) \sin \left[(0,89 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}) z - \omega t \right]$$

Nađite odgovarajući izraz za magnetsko polje toga vala.

(b) Stolna lampa emitira svjetlost intenziteta $100 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ i valne duljine 550 nm. Koliko fotona upada na zjenicu oka u minuti? Uzmite da zjenica oka ima površinu 2 cm^2 .

Zadatak 1.49 Sinusoidalni EM val frekvencije $5,8 \cdot 10^{14}$ Hz putuje kroz vakuum u pozitivnom smjeru osi x . Magnetsko polje titra u smjeru osi y i ima amplitudu $6,1 \cdot 10^{-4}$ T. Nađite izraze za $E(x, t)$ i $B(x, t)$.

Zadatak 1.50 Pretpostavimo li da Sunce zrači kao crno tijelo, izračunajte ukupnu energiju koju 1 m^2 Sunca emitira u godini dana. Uzmite da je temperatura Sunca 6000 K.

Zadatak 1.51 Tijelo u obliku kugle radijusa 4,5 cm zagrijano je na temperaturu $4300 \text{ }^\circ\text{C}$ i zrači kao crno tijelo. Izračunajte intenzitet zračenja na valnoj duljini $5,6 \text{ } \mu\text{m}$.

Zadatak 1.52 Ravni elektromagnetski val ima magnetsko polje dano izrazom:

$$\mathbf{B}(y, t) = \mathbf{e}_z (10^{-3} \text{ T}) \sin \left[(4 \cdot 10^4 \text{ m}^{-1}) y - \omega t \right]$$

Nađite odgovarajući izraz za električnu komponentu toga vala i frekvenciju titranja.

Zadatak 1.53 Promotrite ljudsko tijelo kao crno tijelo. Na kojoj valnoj duljini je intenzitet zračenja najveći? Koje je to područje elektromagnetskog spektra? Koji je intenzitet zračenja ljudskog tijela?

Zadatak 1.54 Pretpostavite da izvor svjetlosti snage 100 W u potpunosti zrači u vidljivom dijelu spektra s prosječnom valnom duljinom fotona od 55 nm i to jednako u svim smjerovima. Koliko fotona u sekundi udari u zaslon dimenzije $20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$, koji je udaljen 1 m od izvora svjetlosti?

Zadatak 1.55 Koliko iznose amplitude električnog i magnetskog polja svjetlosti koju emitira žarulja snage 100 W, na udaljenosti 1 m od žarulje?

2 Struktura i spektri dvoatomnih molekula. Ramanov učinak

Zadatak 2.1 Pokažite da se titranje dvoatomske molekule pod djelovanjem međuatomskih sila može prikazati modelom linearnog harmoničkog oscilatora čija je masa jednaka reduciranoj masi sustava μ .

Zadatak 2.2 Empirijska formula koja za ionsko vezanje daje dobar opis potencijalne energije dvoatomne molekule, dana je s

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} + \frac{b}{r^9}$$

gdje je r udaljenost između središta dva atoma, dok je b karakteristična konstanta.

(a) Nađite ravnotežnu udaljenost atoma u molekuli i energiju disocijacije.

(b) Nacrtajte funkciju $U(r)$. Objasnite fizikalno značenje dvaju članova u potencijalnoj energiji.

(c) Za molekulu NaCl poznata je ravnotežna udaljenost atoma u molekuli, koja iznosi $r_0 = 2,51 \cdot 10^{-10}$ m. Pod pretpostavkom da je riječ o ionskom vezanju s danom potencijalnom energijom, nađite numeričku vrijednost konstante b i energiju disocijacije potrebnu za razdvajanje molekule na ione Na^+ i Cl^- .

Zadatak 2.3 Nađite vrijednost maksimalne vibracijske energije dvoatomske molekule koja titra svojstvenom frekvencijom ν i čiji je koeficijent anharmoničnosti γ .

Zadatak 2.4 Energija vibracijskog prijelaza između dvaju susjednih vibracijskih stanja u molekuli HBr iznosi 0,326 eV.

(a) Izračunajte vibracijsku frekvenciju i kružnu frekvenciju molekule.

(b) Kolika je valna duljina fotona koja se emitira pri vibracijskom prijelazu te molekule?

(c) Nađite konstantu harmonijske sile za tu molekulu.

Zadatak 2.5 Pri prijelazu između dva uzastopna čisto rotacijska energijska stanja molekule HCl emitiran je foton valne duljine 0,158 mm. Odredite rotacijske kvantne brojeve tih stanja ako je ravnotežna udaljenost između atoma u molekuli $1,275 \cdot 10^{-10}$ m.

Zadatak 2.6 Za molekulu CO poznati su vibracijska frekvencija $6,51 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$ i moment tromosti $I = 1,46 \cdot 10^{-46} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

(a) Izračunajte energije vibracijskog i prvog rotacijskog prijelaza te molekule.

(b) Odredite koliko titraja načini molekula tijekom jednog perioda rotacije.

Zadatak 2.7 Odnos broja molekula vodika na drugoj i trećoj rotacijskoj razini na temperaturi T iznosi 1,25. Ako je srednja duljina veze molekule 74,1 pm, nađite:

(a) vrijednost temperature T .

(b) omjer broja molekula na prvom pobuđenom i osnovnom rotacijskom stanju na danoj temperaturi.

Zadatak 2.8 U rotacijskom spektru Ramanovog raspršenja svjetlosti valne duljine $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ razlika valnih duljina crveno i ljubičasto pomaknute linije koje su najbliže fiksnoj liniji spektra, iznosi $\Delta\lambda = 7,2 \text{ \AA}$ za N_2 molekule. Imajući na umu izborna pravila $\Delta L = 0, \pm 2$ za Ramanovo raspršenje, nađite rotacijsku konstantu $B = \hbar^2/2I$ i moment inercije ovih molekula.

Zadatak 2.9 Svojstvena frekvencija titranja molekule dušika N_2 iznosi $7,08 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$. Ravnotežna udaljenost između atoma u molekuli je 0,1094 nm. Koliko ima rotacijskih energijskih razina u intervalu energije između osnovne i prve pobuđene vibracijske energijske razine te molekule?

Zadatak 2.10 Jednostavnim računom može se pokazati da se dvoatomna molekula u toplinskoj ravnoteži na sobnim temperaturama nalazi na najnižoj vibracijskoj energijskoj razini i u osnovnom elektronskom stanju.

(a) Pokažite da je naseljenost rotacijske razine s kvantnim brojem L za ovo stanje najniže vibracijske i elektronske energije jednaka

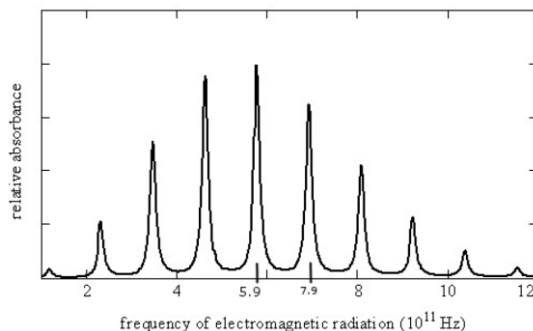
$$N(L) = C(2L+1) \exp\left(-\frac{BL(L+1)}{k_B T}\right)$$

gdje je C konstanta. Veličina B u eksponentu je $B = \hbar^2/2I$, a I je moment inercije dvoatomne molekule.

- (b) Iskoristite formulu koju ste dobili pod (a) i nađite izraz za razinu L_m s najvećom naseljenosti atoma.
 (c) Izračunajte L_m za jodov klorid (ICl) na sobnoj temperaturi, $T = 300$ K. Konstanta $B = 2,26 \cdot 10^{-24}$ J.

Zadatak 2.11 (a) Poredajte uzlazno s obzirom na energije fotona koji se emitiraju odnosno apsorbiraju prilikom sljedećih tipova prijelaza u molekulskim spektrima: elektronski, rotacijski, vibracijski.
 (b) Pretpostavite da se molekula vodika H_2 ponaša poput harmonijskog oscilatora konstante sile $k = 573$ N·m⁻¹. Nađite vibracijski kvantni broj koji približno odgovara njenoj energiji disocijacije $E_D = 4,5$ eV. Koristite $m_H = 1,008$ u, $u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg, Planckova konstanta $h = 4,135 \cdot 10^{-15}$ eV·s.

Zadatak 2.12 (a) Kod kojih molekula je moguće opaziti rotacijske spektre: H_2 , H_2O , O_2 , HCl ?
 (b) Slika prikazuje čisto rotacijski spektar molekule CO. Pronađite moment inercije molekule.



Zadatak 2.13 Koliki je omjer energija potrebnih za pobuđenje prvog vibracijskog i prvog rotacijskog nivoa molekule HI? Ravnotežna udaljenost između atoma u molekuli iznosi 0,1064 nm, dok je efektivna konstanta elastične sile te molekule $3,144 \cdot 10^3$ N·m⁻¹.

Zadatak 2.14 Molekula CO u najnižem stanju rotacijske energije apsorbira zračenje frekvencije $1,16 \cdot 10^{11}$ Hz. Odredite duljinu veze te molekule.

Zadatak 2.15 U nekoj dvoatomnoj molekuli energija vibracijskog prijelaza iznosi 4 eV. Efektivna sila između dva atoma za povećanje njihove međusobne udaljenosti 10 % od ravnotežne iznosi $-7 \cdot 10^{-9}$ N. Ako je ravnotežna udaljenost atoma u molekuli 0,5 nm, kolika je razlika frekvencija između dva vrha u čisto rotacijskom spektru te molekule?

Zadatak 2.16 Koliko ima rotacijskih nivoa u intervalu energije između osnovnog i prvog pobuđenog vibracijskog nivoa u molekuli HCl? Ravnotežna udaljenost između atoma u molekuli iznosi 0,127 nm, dok vibracije molekule možemo predstaviti efektivnom konstantom elastične sile 481 N·m⁻¹. Mase atoma su $m(H) = 1008$ u, $m(Cl) = 34,969$ u.

Zadatak 2.17 Ravnotežna udaljenost između atoma u molekuli HCl iznosi 0,127 nm, dok vibracije molekule možemo predstaviti efektivnom konstantom elastične sile 481 N·m⁻¹. Nađite rotacijske razine (prvi niži i prvi viši) susjedne drugom pobuđenom vibracijskom nivou. Uzmite da je $m(H) = 1,008$ u, $m(Cl) = 34,969$ u.

Zadatak 2.18 Koliko ima rotacijskih nivoa u intervalu energije između osnovnog i prvog pobuđenog vibracijskog nivoa u molekuli HF? Ravnotežna udaljenost između atoma u molekuli iznosi 0,11 nm, dok vibracije molekule možemo predstaviti efektivnom konstantom elastične sile 966 N·m⁻¹, $m(H) = 1,008$ u, $m(F) = 18,998$ u.

Zadatak 2.19 Koliko ima rotacijskih nivoa u intervalu energije između prvog i drugog pobuđenog vibracijskog nivoa u molekuli HI? Ravnotežna udaljenost između atoma u molekuli iznosi 0,1064 nm, dok vibracije molekule možemo predstaviti efektivnom konstantom elastične sile 3144 N·m⁻¹, $m(H) = 1,008$ u, $m(I) = 126,9$ u.

Zadatak 2.20 Neka je potencijalna energija atoma u dvoatomnoj molekuli dana sljedećim izrazom:

$$U(r) = -\frac{a}{r^6} + \frac{b}{r^{12}}$$

gdje je $a = 4 \cdot 10^{-60}$ J·m⁶, $b = 10^{-108}$ J·m¹², a r je udaljenost atoma u molekuli. Nađite ravnotežnu udaljenost r_0 atoma u toj molekuli.

Zadatak 2.21 Odredite frekvenciju titranja molekule H_2 , ako pretpostavimo da se molekula ponaša kao harmonički oscilator elastične konstante $573 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$. Masa atoma vodika iznosi 1,008 jedinične atomske mase. Kolika je valna duljina fotona koji je izražen pri mogućem prijelazu između vibracijskih stanja $\Delta n = 1$?

Zadatak 2.22 Pokažite da je moment tromosti dvoatomne molekule oko osi koja je okomita na spojnicu atoma i prolazi centrom mase molekule dana izrazom

$$I = \mu r_0^2$$

gdje je r_0 međusobna udaljenost atoma, a μ je reducirana masa sustava.

Zadatak 2.23 (a) Izračunajte moment inercije molekule NO ako je duljina veze 0,115 nm, masa atoma dušika $2,32 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$, a masa atoma kisika $2,66 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$.

(b) Odredite frekvenciju titranja molekule CO ako pretpostavimo da se molekula ponaša kao harmonički oscilator elastične konstante $573 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$. Masa atoma kisika iznosi $2,66 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$, a atoma ugljika $2 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$.

Zadatak 2.24 Za molekulu NaCl poznata je ravnotežna udaljenost atoma u molekuli, koja iznosi $r_0 = 2,51 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Pod pretpostavkom da je riječ o ionskom vezanju prikazanom potencijalnom energijom kao u prethodnom zadatku, nađite vrijednost konstante b i energiju disocijacije potrebnu za razdvajanje molekule na ione Na^+ i Cl^- .

Zadatak 2.25 Energija interakcije među atomima u dvoatomnoj molekuli je dana formulom:

$$U(r) = -\frac{\alpha}{r^n} + \frac{\beta}{r^m}$$

U ravnotežnom položaju udaljenost među atomima iznosi $3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, a energija vezanja molekule iznosi 4 eV. Kolika je vrijednost koeficijenata α i β ako je $n = 2$ i $m = 10$? Nađite silu koja teži da atom vrati u položaj ravnoteže pri promjeni međuatomskog razmaka za 10 %.

Zadatak 2.26 Pretpostavite da se molekula vodika H_2 ponaša poput harmonijskog oscilatora kojemu je konstanta sile $k = 573 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$. Nađite vibracijski kvantni broj koji približno odgovara njezinoj energiji disocijacije $E_d = 4,5 \text{ eV}$.

Zadatak 2.27 Koliki je frekvencijski razmak susjednih spektralnih linija čisto rotacijskog spektra molekule klorovodika (HCl) i ugljik-monoksida (CO), ako su ravnotežne udaljenosti između atoma u njima 91,7 pm i 112 pm, respektivno?

Zadatak 2.28 Srednja kinetička energija translacijskog gibanja molekule H_2 na temperaturi T jednaka je energiji molekule u drugom pobuđenom čisto rotacijskom stanju. Odredite temperaturu T i kutnu brzinu rotacije molekule prema klasičnoj teoriji u danom rotacijskom kvantnom stanju. Ravnotežna udaljenost atoma u molekuli je 74,1 pm.

Zadatak 2.29 Najintenzivnija apsorpcijska linija u rotacijskom spektru molekule CO na sobnoj temperaturi javlja se za $L = 7$. Provjerite to računski. Ravnotežni razmak molekule CO je 0,113 nm.

Zadatak 2.30 Razmotrimo apsorpcijski spektar molekule HBr. Ako je ravnotežna udaljenost između atoma u molekuli iznosi 100 pm, a energija vibracijskog prijelaza 0,317 eV, nađite:

- (a) vibracijsku frekvenciju te molekule;
- (b) efektivnu konstantu sile k ;
- (c) energetski razmak između dviju susjednih rotacijskih prijelaza.

Zadatak 2.31 Vibracije molekule HF se mogu opisati modelom harmoničkog oscilatora s konstantom elastične sile $966 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$. Ako ravnotežna udaljenost atoma u molekuli iznosi 0,11 nm, nađite koliko ima rotacijskih nivoa u intervalu energije između dva vibracijska nivoa te molekule. Relativne atomske mase iznose $m(\text{H}) = 1,008 u$ i $m(\text{F}) = 18,998 u$, gdje je u atomska jedinica mase.

Zadatak 2.32 Izračunajte temperaturu pri kojoj je srednja kinetička energija translacijskog gibanja molekule O_2 jednaka rotacijskoj energiji u prvom pobuđenom stanju. Ravnotežna udaljenost između jezgara u molekuli iznosi $1,207 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, dok je relativna atomska masa kisika 16.

Zadatak 2.33 Neka je potencijalna energija dvaju atoma dana formulom:

$$U(r) = -\frac{A}{r^n} + Be^{-r/a}$$

gdje su A , B i a parametri, a r je udaljenost među atomima. Odredite potencijalnu energiju sustava u ravnotežnom položaju.

Zadatak 2.34 (a) Pokažite da razlika frekvencija dvaju fotona koji se emitiraju u rotacijskom spektru neke dvoatomske molekule između dvaju uzastopnih prijelaza ne ovisi o kvantnom broju L . Uzmite da se jedan foton emitira pri prijelazu molekule iz stanja $L + 1$ u stanje L , a drugi iz stanja L u stanje $L - 1$.

(b) Koliki je moment inercije molekule ako ta frekvencijska razlika iznosi 10^{13} Hz?

Zadatak 2.35 Energija vibracijsko-rotacijskog nivoa molekule je dana izrazom:

$$E_{nL} = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) + \frac{\hbar^2}{2I}L(L+1)$$

Kolika energija se oslobodi pri prijelazu $(n, L) \rightarrow (n - 1, L - 1)$?

Zadatak 2.36 Konstanta elastične sile molekule HF iznosi približno $966 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$. Nađite valnu duljinu fotona koja se izrača pri prijelazu između dvaju susjednih vibracijskih nivoa te molekule. Relativna atomska masa vodika iznosi 1,008, a fluora 19.

Zadatak 2.37 Ravnotežna udaljenost atoma u molekuli HI iznosi $1,604 \cdot 10^{-10}$ m. Valna duljina fotona koji se izrača pri prijelazu molekule iz stanja $n = 1$ u $n = 0$ vibracijskog spektra iznosi $4,33 \cdot 10^{-10}$ m. Koliki je omjer energija potrebnih za pobuđenje prvog vibracijskog i prvog rotacijskog nivoa molekule HI? Relativna atomska masa vodika iznosi 1,008, a joda 126,905.

Zadatak 2.38 Plin H_2 držimo na sobnoj temperaturi. Koji je omjer broja molekula na vibracijskim nivoima $n = 1$ i $n = 2$ u odnosu na osnovno stanje? Rješenje izrazite u obliku $n_0 : n_1 : n_2 = 1 : ? : ?$

Zadatak 2.39 Kolika je kutna brzina rotacije molekule S_2 na prvom pobuđenom rotacijskom nivou. Ravnotežna udaljenost između jezgara u molekuli iznosi $1,89 \cdot 10^{-10}$ m. Relativna atomska masa sumpora je 28,09.

Zadatak 2.40 Energija interakcije među atomima u dvoatomnoj molekuli je dana izrazom:

$$U(r) = -\frac{a}{r^6} + \frac{b}{r^{12}}$$

U ravnotežnom položaju udaljenost među atomima iznosi $2,5 \cdot 10^{-10}$ m, a energija disocijacije molekule je 5 eV. Kolika je vrijednost koeficijenata α i β ? Nađite silu koja teži da atom vrati u položaj ravnoteže pri promjeni međuatomskog rastojanja za 5 %.

3 Laseri. Fizika plazme

Zadatak 3.1 Laser emitira na valnoj duljini $\lambda = 550$ nm. Ako nije proizvedena inverzija naseljenosti, koliki je omjer broja atoma u pobuđenom stanju s energijom E_1 i u osnovnom stanju s energijom E_0 , ako su atomi na sobnoj temperaturi? Na kojoj temperaturi će za taj laser omjer N_1/N_0 biti 1/2?

Zadatak 3.2 Na atome s dvije energijske razine pustimo zračenje spektralne gustoće energije $\rho(\omega)$.

(a) Pokažite da je brzina radijativnih prijelaza iz stanja $2 \rightarrow 1$

$$R_2^{rad} = N_2 A_{21} \left[\frac{\pi^2 c^3}{\hbar \omega_{21}^3} \rho(\omega_{21}) + 1 \right]$$

(b) Pokažite da jednakost pod (a) možete zapisati u obliku

$$R_2^{rad} = N_2 A_{21} (\bar{n} + 1)$$

gdje je \bar{n} prosječan broj fotona po modu.

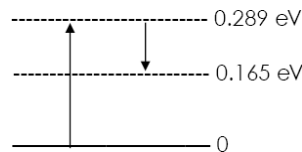
(c) Upotrijebite (b) i objasnite razliku broja fotona po modu za laserske i ne-laserske izvore svjetlosti.

Zadatak 3.3 Kada sunčeve zrake obasjaju atmosferu Marsa, molekule CO_2 na visini od oko 75 km, pokazuju prirodni laserski efekt. Energijske razine uključene u proces prikazane su na slici. Inverzija naseljenosti javlja se između energijskih razina $E_2 > E_1$.

(a) Koja će valna duljina sunčeve svjetlosti pobuditi molekule?

(b) Na kojoj valnoj duljini dolazi do laserskog efekta?

(c) Pretpostavimo da smo vanjskim procesom $3 \cdot 10^{20}$ atoma preselili na razinu E_2 , dok se 10^{20} atoma nalazi na nižoj razini. Kolika je maksimalna energija koja može nastati u jednom pulsu?



Zadatak 3.4 Aktivna tvar u laseru koji emitira zračenje valne duljine 694 nm je 6 cm duga i ima promjer 1 cm. Indeks loma aktivne tvari (kristal rubidija) je 1.75.

(a) Promatramo optičku rezonantnu šupljinu kao analogiju zatvorenoj cijevi. Koliko valnih poluduljina nastaje u rezonatoru duž laserske osi?

(b) Za koji iznos $\Delta\nu$ bi se frekvencija zrake trebala promijeniti da se ovaj broj promijeni za jedan?

(c) Koliki je odgovarajući relativni pomak frekvencije $\Delta\nu/\nu$?

Zadatak 3.5 Razmotrite vodikove atome u stanju plazme u termičkoj ravnoteži na temperaturi 6400 K što je temperatura fotosfere Sunca. Kolika mora biti gustoća plazme da bi polovica vodikovih atoma bila ionizirana?

Zadatak 3.6 Za Coulombsko raspršenje elektrona brzine v i parametra sraza b na jezgri naboja Ze vrijedi jednakost:

$$\tan(\theta/2) = Ze^2 (4\pi\epsilon_0 m v^2 b)^{-1}$$

gdje je θ kut raspršenja elektrona. Vodikova plazma s gustoćom jezgri $n = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ je na "temperaturi" $k_B T = 1$ keV. Izračunajte minimalni kut raspršenja $\theta_{\min} \ll 1$ za elektrone s brzinom jednako najvjerojatnijoj brzini za Maxwellovu razdiobu. Polje jezgre jednako je Coulombskom do Debyeve duljine, a za veće udaljenosti iščezava.

Zadatak 3.7 Izvedite elektronsku plazmenu frekvenciju za sustav plazme s jednakim brojem elektrona i pozitivnih iona kao što su, na primjer, čista vodikova plazma, elektronski plin slobodnih elektrona u metalu,...

Zadatak 3.8 Izvedite potencijal zasjenjenja električnog naboja u plazmi.

Zadatak 3.9 Na sobnoj temperaturi nalazi se plin dušika N_2 u boci pod tlakom 10 bara. Nađite broj ioniziranih molekula N_2 u boci. Energija ionizacije molekule N_2 iznosi 15,6 eV.

Zadatak 3.10 He-Ne laser emitira crveno svjetlo valne duljine 633 nm u zruci promjera 3,5 mm i pri izlaznoj snazi lasera 5 mW. Detektor na putu te zrake potpuno je apsorbira. Koliko fotona po jedinici površine i jedinici vremena apsorbira detektor?

Zadatak 3.11 Na vježbama smo razmotrili plazmu u kojoj se nalazi dodatni naboj i u kojoj su elektroni jako gublivi, a ioni miruju. Rješavali smo Poissonovu jednadžbu u 3D i dobili smo zasjenjeni potencijal dodatnog naboja te duljinu zasjenjenja, Debyeovu duljinu. No, u toplinskoj ravnoteži na potencijalu Φ se i ioni i elektroni u plazmi mogu gibati te zadovoljavaju Boltzmannovu relaciju za gustoću (koncentraciju) čestica

$$n_j = n_0 \exp(-q_i \Phi / k_B T_j)$$

Razmotrite plazmu s gublivim elektronima i ionima u kojoj je po ravnini $x = 0$ potencijal jednak Φ_0 .

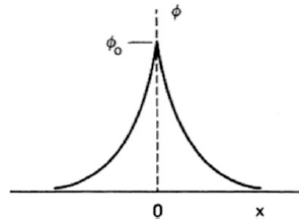
(a) Riješite 1D Poissonovu jednadžbu s koordinatom x kao varijablom i pokažite da je Debyeova duljina λ_D jednaka

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{ne^2}{\epsilon_0 k_B} \left(\frac{1}{T_e} + \frac{1}{T_i} \right)$$

gdje je T_e temperatura elektrona, a T_i temperatura iona. Pretpostavite da je $q_i \Phi \ll k_B T_j$ te razvijte eksponencijalnu funkciju u red.

(b) Pokažite da je λ_D iz (a) najvećim dijelom određena česticama na nižoj temperaturi.

(c) U udaljenoj galaksiji nalazi se nakupina protona i antiprotona jednakih gustoća $n = 10^6 \text{ m}^{-3}$ i temperatura $T = 100 \text{ K}$. Kolika je Debyeova duljina u ovakvoj plazmi?



Zadatak 3.12 Ovaj zadatak pružit će nam uvid u dodatno značenje Debyeve duljine λ_D . Promotrimo dvije beskonačne ravnine $x = \pm d$ koje su na potencijalu jednakom nuli, $\Phi = 0$. Prostor između ravnina popunjen je jednoliko plinom gustoće n čije čestice imaju naboj q .

(a) Upotrijebite Poissonovu jednadžbu i pokažite da je potencijal između zadanih ravnina jednak

$$\Phi(x) = \frac{nq}{2\epsilon_0} (d^2 - x^2)$$

(b) Pokažite da je za $d \geq \lambda_D$, energija potrebna za prijenos čestice s jedne od ravnina do ravnine $x = 0$ veća ili jednaka od prosječne kinetičke energije čestice na temperaturi T .

(c) U skladu s računom pod (b), hoće li toplinsko gibanje biti dominantno u plazmi za koju je $d \gg \lambda_D$?

Uputa: energija koja je potrebna za prijenos nabijene čestice u elektrostatskom polju glasi $q[\Phi(0) - \Phi(\pm d)]$, a prosječna kinetička energija čestice koja se giba u 1D je $k_B T/2$.

Zadatak 3.13 Izračunajte totalni udarni presjek za raspršenje elektrona kinetičke energije $K = 1 \text{ keV}$ za kutove $\theta > 90^\circ$ na ionima u vodikovoj plazmi.

Uputa: prisjetite se da je totalni udarni presjek dan formulom

$$\sigma_{tot} = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$

te da je Rutherfordova formula za raspršenje elektrona na (mirujućem) protonu

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{e^4}{16K^2} \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

gdje je K kinetička energija elektrona.

Zadatak 3.14 (a) Proton i elektron se gibaju u vrlo jakom magnetskom polju rijetke i hladne plazme. Njihovo gibanje će biti:

- (i) okomito na magnetske silnice;
- (ii) paralelno magnetskim silnicama;
- (iii) po helikoidi, u istom smjeru oko silnice;
- (iv) po helikoidi, u suprotnim smjerovima oko silnice;

(v) slučajno gibanje u različitim smjerovima, u skladu s Boltzmannovom raspodjelom.

(b) Razmotrite atome helija u stanju plazme u termičkoj ravnoteži na temperaturi $1,5 \cdot 10^4$ K. Kolika je ukupna koncentracija čestica u plazmi, ako je $2/3$ atoma ionizirano? Energija ionizacije atoma helija iznosi 24,6 eV. Boltzmannova konstanta iznosi $k_B = 8,62 \cdot 10^{-5}$ eV·K⁻¹.

Zadatak 3.15 He-Ne laser emitira crveno svjetlo u uskoj vrpici valnih duljina s centrom na 632,8 nm i sa "širinom valne duljine" od 0,01 nm. Kolika je odgovarajuća širina frekvencije za emisiju?

Zadatak 3.16 Koristeći Sahinu jednadžbe te pomoću vrijednosti za n , T i R , Pokažite da je u Sunčevoj koroni gotovo cijela plazma ionizirana. Vrijednost za gustoću plazme u koroni je $n = 4,2 \cdot 10^4 \cdot 10^{4,32/R}$ cm⁻³, za temperaturu je $T = 1,6 \cdot 10^6$ K, a za $R = 2$, gdje je $R = r/r_S$, r_S je polumjer Sunca.

Zadatak 3.17 (a) Dušični laser emitira elektromagnetsko zračenje valne duljine 337,1 nm. Ukoliko je u laseru postignuta inverzna naseljenost tako da omjer N_x/N_0 broja atoma u pobuđenom stanju E_x i u osnovnom stanju E_0 iznosi 2,5, nađite negativnu temperaturu koja bi opisivala stanje ovakvog laserskog sustava.
(b) Kolika mora biti snaga takvog lasera da bi u pulsu trajanja 8 ns emitirao $3,12 \cdot 10^{13}$ fotona?

Zadatak 3.18 Razmotrite atome helija u stanju plazme u termičkoj ravnoteži na temperaturi $1,5 \cdot 10^4$ K. Kolika je ukupna koncentracija čestica u plazmi, ako je $2/3$ atoma ionizirano? Energija ionizacije atoma helija iznosi 24,6 eV.

Zadatak 3.19 Razmotrite vodikove atome u stanju plazme u termičkoj ravnoteži na temperaturi 10^4 K. Ukupna koncentracija čestica u plazmi iznosi 10^{23} m⁻³. Energija ionizacije atoma vodika iznosi 13,6 eV. Nađite koncentraciju ioniziranih i neioniziranih atoma vodika u plazmi.

Zadatak 3.20 Helij-neon laser emitira elektromagnetsko zračenje valne duljine 632,8 nm. Ukoliko je u laseru postignuta inverzna naseljenost tako da omjer N_x/N_0 broja atoma u pobuđenom stanju E_x i u osnovnom stanju E_0 iznosi 2,5, nađite negativnu temperaturu koja bi opisivala stanje ovakvog laserskog sustava.

Zadatak 3.21 Neki laser proizvodi lasersku svjetlost prelazom između energetske nivoa $E_2 = 0,485$ eV i $E_1 = 0,230$ eV. Za rezanje plastike tim laserom, potrebno je neprekidno 1 minutu osvjetljavati plastiku laserom. Ako je ukupna energija deponirana u plastiku jednaka 20 J, koliko fotona po sekundi padne na plastiku?

Zadatak 3.22 (a) Nađite omjere broja atoma vodika u osnovnom 1s stanju i u pobuđenom 2p stanju na temperaturi 5000 K.
(b) Inverzna naseljenost dva energetska nivoa, koja se postiže u laserskim sustavima, često se opisuje dodjeljivanjem negativne energije u sustav. Kolika temperatura bi opisala sistem u kojem bi naseljenost nivoa 2p premašila naseljenost 1s nivoa za 10 %?

Zadatak 3.23 Neka je u neonskom laseru $N_x/N_0 = 1,3 \cdot 10^{-38}$. Koliko mola neona je potrebno da 10 atoma prijeđe u pobuđeno stanje E_x ?

Zadatak 3.24 Laser emitira svjetlost valne duljine 694,4 nm. Trajanje pulsa je 12 ps, a energija po pulsu je 0,15 J. Kolika je duljina pulsa? Koliko je emitiranih fotona po pulsu?

Zadatak 3.25 Zrcala u laseru udaljena su 8 cm i formiraju optičku komoru u kojoj nastaju stojni valovi laserske svjetlosti. Svaki stojni val ima cijeli broj n valnih poluduljina u 8 cm duljine (n je velik, valovima se neznatno razlikuje valna duljina). Za valne duljine oko 533 nm, koliko se razlikuju valne duljine stojnih valova?

Zadatak 3.26 (a) Razmotrite vodikovu plazmu na temperaturi 10 000 K. Nađite koncentraciju neioniziranih atoma u plazmi, ako je koncentracija ioniziranih atoma 10^{14} m⁻³. Za energiju ionizacije uzmite energiju ionizacije osnovnog stanja atoma vodika. Energetski nivoi vodikovog atoma iz Bohrovog modela glase:

$$E(n) = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV}$$

(b) Kriptonov laser emitira najveću valnu duljinu pri prijelazu iz pobuđenog stanja energije E_x , u osnovno stanje energije E_0 , čija je razlika $E_x - E_0 = 1,84$ eV. Koja negativna temperatura bi opisivala stanje u kojem je na pobuđenom nivou 2 puta više atoma nego na osnovnom nivou?

Zadatak 3.27 Laser emitira svjetlo valne duljine 550 nm u zruci promjera 1,5 mm i pri izlaznoj snazi lasera 2 mW. Ako pretpostavimo da detektor u potpunosti apsorbira te zrake, koliko fotona u jedinici vremena i po jedinici površine apsorbira detektor? Koliko fotona apsorbira detektor za 1 minutu?

Zadatak 3.28 Na sobnoj temperaturi omjer broja atoma u osnovnom i pobuđenom stanju je 1/2. Kolika je valna duljina svjetlosti koju emitira laser?

Zadatak 3.29 He-Ne laser emitira crveno svjetlo valne duljine 633 nm i stvara svjetlosnu zraku prosječne snage 3,5 mW promjera 2,4 mm. Koliko fotona laser emitira svake sekunde? Koja je amplituda električnog polja svjetlosnog vala?

Zadatak 3.30 (a) Indeks loma medija u laseru koji proizvodi zračenje, čija je valna duljina u zraku 450 nm, je u obliku valjka dužine 5 cm. Izračunajte broj čvorova EM vala duž osi toga lasera. Ako se broj čvorova smanji za jedan, kolika je energija fotona koju emitira laser?

(b) Pretpostavite da zračenje u laseru nastaje pri prijelazu. Koliko mora iznositi negativna temperatura pridružena tom sustavu, da bi se postigla inverzna naseljenost od 1,2?

4 Struktura atomske jezgre. Radioaktivnost

Zadatak 4.1 Izračunajte gustoću mase jezgre i gustoću naboja jezgre:

(a) za jezgru relativno male mase, ^{55}Mn

(b) za jezgru relativno velike mase, ^{209}Bi .

Usporedite rezultate pod (a) i (b). Jesu li razlike očekivane? Objasnite!

Zadatak 4.2 Izračunajte defekt mase Δm i pripadnu energiju vezanja za jezgru helijeva atoma ^4He .

Zadatak 4.3 Vrijeme poluraspada za ^{198}Au je 2,7 dana.

(a) Kolika je konstanta raspada za ^{198}Au ?

(b) Kolika je vjerojatnost da će se jezgra ^{198}Au raspasti u jednoj sekundi?

(c) Koliko se raspada po sekundi dogodi ako je uzorak star 1 tjedan i ako je masa uzorka $1 \mu\text{g}$ u $t = 0$?

Zadatak 4.4 (a) Mjerenje aktivnosti uzorka radioaktivnog izotopa ^{14}C pokazalo je da postoji 10^5 raspada po sekundi. Vrijeme poluraspada je 5568 godina. Odredite masu uzorka.

(b) Procijenite starost egipatske mumije ako je izmjerena specifična aktivnost izotopa ^{14}C jednaka 7,64 raspada po minuti i po gramu.

Zadatak 4.5 Radioaktivni element čije je vrijeme poluraspada 100 dana, emitira β -čestice srednje kinetičke energije $8 \cdot 10^{-14} \text{ J}$. β -čestice apsorbira uređaj koji pretvara njihovu kinetičku energiju u električnu s efikasnošću 5 %. Koliku je količinu tvari (broj molova) tog elementa potrebno staviti u uređaj da bi maksimalna generirana električna snaga bila 5 W?

Zadatak 4.6 Izotop cezija ^{137}Cs prisutan je nakon detonacije nuklearne bombe. On se raspada sporo (vrijeme poluraspada je 30,2 godine) u ^{137}Ba , otpuštajući veliku energiju u procesu. Atomske mase cezija i barija su 136,9071 u i 136,9058 u, respektivno. Izračunajte ukupnu energiju oslobođenu pri ovom raspadu.

Zadatak 4.7 Radioaktivni nuklid A s vremenom poluraspada T_1 raspada se u radioaktivni nuklid B s vremenom poluraspada T_2 . Ako je u početnom trenutku broj jezgri izotopa A jednak N_{10} , a broj nuklida B zanemariv, koliki će biti broj nuklida B nakon vremena t ?

Zadatak 4.8 (a) Q -vrijednost nuklearnog raspada $X \rightarrow Y + y$ je izraz

$$Q = [m_A(X) - m_A(Y) - m_A(y)]c^2$$

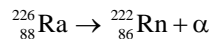
gdje je X početna jezgra, Y jezgra konačna jezgra, a y čestice koje nastaju pri raspadu. Q je očito jednaka ukupnoj kinetičkoj energiji jezgre Y i čestica y gledano iz koordinatnog sustava u kojem X miruje. Da bi hipotetski raspad bio moguć, mora vrijediti $Q > 0$.

Promatrajmo α -raspad i pretpostavimo da je kinetička energija α -čestice mnogo manja od njene energije mirovanja (što znači da smijemo upotrijebiti nerelativističku aproksimaciju). Upotrijebite zakone očuvanja impulsa i energije i pokažite da vrijedi

$$T_\alpha \approx (A - 4)Q/A$$

gdje je A maseni broj početne jezgre X.

(b) Nađite kinetičku energiju α -čestice koja je emitirana u α -raspadu jezgre ^{226}Ra (radij). Simbolički prikaz procesa je sljedeći:



Oznaka Rn označava jezgru radona.

Zadatak 4.9 Dok je organizam (biljka, životinja, čovjek) živ, specifična aktivnost radioaktivnog izotopa ^{14}C u njemu je stalno oko $250 \text{ Bq}\cdot\text{kg}^{-1}$. Kada organizam prestane živjeti, više ne uzima ugljik iz prirode te se količina ugljika ^{14}C s vremenom smanjuje. Odredite koliko je star drveni predmet čija je sadašnja specifična aktivnost $190 \text{ Bq}\cdot\text{kg}^{-1}$. Vrijeme poluraspada ^{14}C je 5570 g.

Uputa: specifična aktivnost a je definirana kao $a = A/m$, gdje je A aktivnost, a m masa uzorka.

Zadatak 4.10 Pomoću Geiger–Müllerovog brojača može se utvrditi da uzorak urana ^{238}U čija je masa 1 g u trenutku mjerenja, emitira $1,15 \cdot 10^4$ α -čestica u vremenskom intervalu od 1 s.

(a) Kolika je aktivnost uzorka?

- (b) Koliko je neraspadnutih jezgri u trenutku mjerenja?
 (c) Kolika je konstanta radioaktivnosti urana, a koliko srednje vrijeme života?

Uputa: pod (b), prisjetite se da je veza između broja čestica i mase dana formulom

$$\frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$$

gdje je N_A Avogadrov broj, $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Zadatak 4.11 Rezultati eksperimenta u kojem se brzi elektroni raspršuju na jezgrama pokazuju da je gustoća električnog naboja protona u jezgri veoma dobro opisana formulom

$$\rho(r) \propto \left[1 + e^{(r-r_0)/\delta} \right]^{-1}$$

gdje su $r_0 = 1,08A^{1/3} \cdot 10^{-13} \text{ cm}$ i $\delta = 0,545 \cdot 10^{-13}$.

- (a) Kolika je gustoća vjerojatnosti da je polumjer razdiobe jednak r ? Zanima nas samo ovisnost o r , a konstantni faktor ne morate računati.
 (b) Pokažite da je jednadžba iz koje možete izračunati najvjerojatniji polumjer razdiobe električnog naboja r_m jednaka

$$r_m = 2\delta \left[1 + \exp\left(-\frac{r_m - r_0}{\delta}\right) \right]$$

(c) Za srebro (Ag) je numeričko rješenje jednadžbe pod (b) jednako $r_m = 4,52 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$. Usporedite rezultat s polumjerom jezgre R iz pregleda formula. Nukleonski broj za srebro iznosi $A = 108$.

Uputa: pod (a), primijetite da vjerojatnost da polumjer razdiobe bude u intervalu $[r, r + dr]$ glasi

$$dw \propto 4\pi r^2 \left[1 + e^{(r-r_0)/\delta} \right]^{-1} dr$$

Zadatak 4.12 Masa novčića je 5 g. Izračunajte nuklearnu energiju potrebnu za rastavljanje svih neutrona i protona u ovom novčiću. Zbog jednostavnosti pretpostavite da je novčić u potpunosti napravljen od atoma cinka (atomske mase 65,38 u). Mase protona i neutrona su 1,00783 u i 1,00867 u, respektivno.

Zadatak 4.13 Medalja se sastoji od 4 grama ^{63}Cu , $m(^{63}\text{Cu}) = 62,9296 \text{ u}$ i 10 grama ^{58}Ni , $m(^{58}\text{Ni}) = 57,935 \text{ u}$. Izračunajte nuklearnu energiju potrebnu za potpuno rastavljanje ove medalje na protone i neutrone. Mase protona i neutrona su $m_p = 1,00728 \text{ u}$, $m_n = 1,00867 \text{ u}$, gdje je $u = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,494 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$.

Zadatak 4.14 Izotop Cezija ^{137}Cs mase 136,907 u, raspada se beta minus raspadom iz mirovanja. Jezgra koja ostaje je ^{137}Ba mase 136,905 u. Ako zanemarimo kinetičku energiju neutrina, kolika je maksimalna kinetička energija elektrona? Masa elektrona je puno manja od mase jezgara pa ju možete zanemariti.

Zadatak 4.15 ^{283}U raspada se alfa raspadom. Rezultantna jezgra je ^{234}Th . Ako je Q -vrijednost procesa 4,27 MeV, masa alfa-čestice 4,0015 u, masa jezgre uranija 238,051 u, izračunajte kinetičke energije produkata ako se jezgra raspada iz mirovanja. Pretpostavite nerelativističko gibanje.

Zadatak 4.16 Masa čavlića je 5 grama, i sastoji se od bakra ^{63}Cu mase $m = 62,926 \text{ u}$. Kada bi nekim genijalnim postupkom, uspjeli plin mirujućih protona i neutrona pretvoriti u takav čavličić, uzimajući u obzir cijenu od 40 lipa za 1 kWh energije, koliki bi bio maksimalni prihod?

Zadatak 4.17 Napišite reakciju raspada miona i alfa raspada ^{238}U , ako znate da je konačni broj protona u toriju jednak 90.

Zadatak 4.18 Uzorak starog komada drva zapalimo, a ugljik dioksid nastao pri izgaranju smjestimo u posudu i pratimo raspade atoma ^{14}C . Koliko je star uzorak koji smo spalili, ako u tjedan dana izbrojimo 1420 raspada? U svježem uzorku atmosfere s jednakim brojem molekula ugljikovog dioksida u istom vremenskom razdoblju izbrojimo 2280 raspada. Vrijeme poluraspada za atom ^{14}C iznosi 5730 godina.

Zadatak 4.19 U periodnom sustavu elemenata navedena je prosječna atomska masa magnezija $m = 24,312 \text{ u}$. Ona je rezultat „vaganja” atomskih masa izotopa magnezija prema njihovoj prirodnoj količini na Zemlji. Tri izotopa i njihove mase su: ^{24}Mg (23,98504 u), ^{25}Mg (24,98584 u) i ^{26}Mg (25,98259 u). Izotop ^{24}Mg je u prirodi zastupljen s 78,99 % (tj. 78,99 % mase uzorka iz prirode otpada na ^{24}Mg). Izračunajte odgovarajuće postotke za preostala dva izotopa.

Zadatak 4.20 Energije vezanja jezgri ^{12}C i ^4He su 92,16 MeV i 28,30 MeV. Razlika između zbroja masa jezgri ^{12}C i ^4He i mase jezgre ^{16}O iznosi 0,00769 u. Odredite energiju vezanja jezgre ^{16}O .

Zadatak 4.21 Pretpostavite da trebate rastaviti α -česticu (^4He) uklanjanjem redom, protona, neutrona i ponovo protona. Izračunajte:

- (a) rad potreban za svaki korak;
- (b) ukupnu energiju vezanja α -čestice;
- (c) energiju vezanja po nukleonu.

Potrebne atomske mase su: $m(^4\text{He}) = 4,00260$ u; $m(^3\text{H}) = 3,01605$ u; $m(^2\text{H}) = 2,01410$ u; $m(^1\text{H}) = 1,00783$ u; $m(\text{n}) = 1,00867$ u.

Zadatak 4.22 Masa novčića je 3 g. Izračunajte nuklearnu energiju potrebnu za rastavljanje svih neutrona i protona u ovom novčiću. Zbog jednostavnosti pretpostavite da je novčić u potpunosti napravljen od atoma ^{63}Cu (mase 62,92960 u). Mase protona i neutrona su 1,00783 u i 1,00867 u, respektivno.

Zadatak 4.23 Jezgra ^{238}U emitira (a) α -česticu ili (b) niz neutron, proton, neutron, proton. Izračunajte energiju oslobođenu u oba slučaja. Računski provjerite je li razlika ova dva broja ukupna energija vezanja α -čestice. Nađite energiju vezanja.

Zadatak 4.24 Jezgra ^{238}U emitira α -česticu. Izračunajte Q -energiju procesa, uzimajući u obzir i odbojnu energiju preostale jezgre ^{235}Th koja iznosi 4,196 MeV.

Zadatak 4.25 Komad nedavno posječenog stabla pokazuje 12,4 raspada ^{14}C u minuti. Uzorak jednake mase iz davno posječenog stabla pokazuje 3,5 raspada u minuti. Koliko je star taj uzorak? Vrijeme poluraspada za ^{14}C iznosi 5730 godina.

Zadatak 4.26 Nađite energiju vezanja po nukleonu za jezgru $^6_{12}\text{C}$. Vrijedi: $m(^6_{12}\text{C}) = 12,011$ u, $m(\text{p}) = 1,00783$ u, $m(\text{n}) = 1,00867$ u.

Zadatak 4.27 (a) Nađite energiju vezanja po nukleonu za jezgru $^8_{16}\text{O}$.

(b) Koliku energiju treba uložiti da bi se iz jezgre $^8_{16}\text{O}$ izbila α -čestica, pri čemu nastaje jezgra $^6_{12}\text{C}$?

Vrijedi: $m(^8_{16}\text{O}) = 15,9949$ u, $m(\text{p}) = 1,00783$ u, $m(\text{n}) = 1,00867$ u, $m(^4_2\text{He}) = 4,0026$ u, $m(^6_{12}\text{C}) = 12,011$ u, gdje je u atomska jedinica mase.

Zadatak 4.28 Masa novčića je 3 g. Izračunajte nuklearnu energiju potrebnu za rastavljanje svih neutrona i protona u ovom novčiću. Zbog jednostavnosti pretpostavite da je novčić u potpunosti napravljen od atoma cinka relativne atomske mase 65,38. Mase protona i neutrona su 1,00783 u i 1,00867 u, respektivno.

Zadatak 4.29 Tricij, izotop vodika sačinjen od 3 nukleona (^3H), ima vrijeme poluraspada $t_{1/2} = 12,3$ godine. Koliki udio jezgri tricija ostane neraspadnut nakon 50 godina?

Zadatak 4.30 Kolika je aktivnost posude koja sadrži 125 cm³ tricija pod tlakom od $5,0 \cdot 10^5$ Pa, na temperaturi $T = 300$ K? Tricij je izotop vodika čija se jezgra sastoji od 3 nukleona (^3H), a vrijeme poluraspada je $t_{1/2} = 12,3$ godine.

Zadatak 4.31 ^{228}Th se α -raspadom raspada u pobuđeno stanje ^{224}Ra , koji se zatim raspada u osnovno stanje ^{224}Ra otpuštanjem γ -zrake energije 217 keV. Kolika je kinetička energija emitirane α -čestice?

Zadatak 4.32 ^{24}Na se raspada β -raspadom, pri čemu izlazni elektron ima kinetičku energiju 2,15 MeV. Koliku energiju ima izlazni neutrino?

Zadatak 4.33 Kolika energija se oslobodi pri formiranju jezgre ^{12}C od tri α -čestice?

Zadatak 4.34 Neki radioaktivni materijal pokazuje 548 raspada po sekundi u $t = 0$. Nakon 48 minuta, broj raspada u sekundi padne na 213. Koje je vrijeme poluraspada tog materijala? Koliko raspada u sekundi će se događati u uzorku nakon 125 minuta?

Zadatak 4.35 Koji udio početnog broja jezgri će biti prisutno u uzorku nakon:

- (a) 2 poluživota?

4 STRUKTURA ATOMSKE JEZGRE. RADIOAKTIVNOST

- (b) 4 poluživota?
- (c) 10 poluživota?

Zadatak 4.36 Koja od navedenih jezgri se može spontano raspasti α -raspadom?

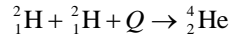
- (a) ^{210}Bi ;
- (b) ^{203}Hg ;
- (c) ^{211}At .

Odgovor potkrijepite računom.

Zadatak 4.37 Odredite energiju vezanja jezgre ^{40}Ca .

5 Nuklearne reakcije i primjene

Zadatak 5.1 Pretpostavite da se energija koju zrači Sunce oslobađa u sljedećoj reakciji:



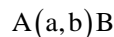
Solarna energija na površini Zemlje iznosi $W = 1,96 \text{ cal} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{min}^{-1}$. Udaljenost između Sunca i Zemlje je $R = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

(a) Koliki je defekt mase Sunca tijekom jedne godine zračenja?

(b) Koliki se broj atoma deuterija za to vrijeme utroši?

Zanemarite druge procese, na primjer, apsorpciju izračene energije na putu Sunce-Zemlja.

Zadatak 5.2 Zadana je nuklearna reakcija

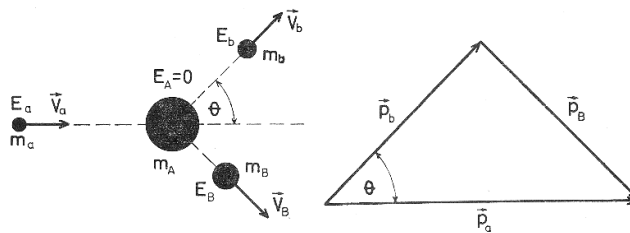


Neka su m_a , E_a i m_b , E_b masa i kinetička energija čestice a i b, respektivno. Neka je m_A , E_A i m_B , E_B masa i kinetička energija jezgri atoma A i B, respektivno, gdje je $E_A = 0$. Kut između pravca gibanja čestice projektila a i čestice b je θ .

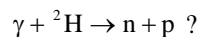
(a) Izvedite klasični izraz za Q -vrijednost nuklearne reakcije.

(b) Neka je, sada, poznata Q -vrijednost nuklearne reakcije pod (a). Kolika je kinetička energija čestice b ako njezin smjer gibanja i smjer gibanja čestice a zatvaraju kut $\theta = \pi/2$?

(c) Ako je nuklearna reakcija pod (a) endotermna, odredite minimalnu kinetičku energiju čestice projektila a (energija praga) za navedenu reakciju.



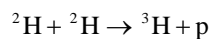
Zadatak 5.3 Za koliko je, u postocima, energija praga gama kvanta veća od energije vezanja deuterona ($E_b = |Q| = 2,2 \text{ MeV}$) u nuklearnoj reakciji



Zadatak 5.4 Proton kinetičke energije $T = 1,5 \text{ MeV}$ uhvaćen je u deuteron ${}^2_1\text{H}$ (deuteron je jezgra deuterija). Nađite energiju pobuđenja formirane jezgre.

Zadatak 5.5 Uzak snop termičkih neutrona oslabljen je $\eta = 360$ puta nakon prolaska kroz ploču načinjenu od kadmija debljine $d = 0,5 \text{ mm}$. Odredite udarni presjek za raspršenje neutrona na jezgrama kadmija.

Zadatak 5.6 Za reakciju



izmjerena je kutna razdioba protona i dobivena funkcija oblika

$$n(\theta) = n(\pi/2)(1 + A \cos^2 \theta)$$

gdje je $n(\theta)$ broj protona po jediničnom prostornom kutu, $n(\theta) = dN/d\Omega$. Na koji kut θ_0 treba postaviti protonski mjerač tako da ukupan broj emitiranih protona možemo izračunati pomoću izmjerene vrijednosti broja protona pri tom kutu?

Zadatak 5.7 Udarni presjek za nuklearnu reakciju ${}^{113}\text{Cd}(n, \gamma){}^{114}\text{Cd}$ iznosi $\sigma = 64000 \text{ b}$. Meta debljine $\Delta x = 10^{-4} \text{ cm}$ napravljena je od prirodnog kadmija (${}^{112}\text{Cd}$) koji sadrži $\eta = 12 \%$ izotopa ${}^{113}\text{Cd}$. Upadni snop termalnih neutrona ima intenzitet $I = 10^8 \text{ čestica} \cdot \text{s}^{-1}$. Pretpostavite da je raspodjela emitiranih gama-kvanata izotropna te izračunajte brzinu emisije gama-fotona ako je detektor efektivne površine $S = 5 \text{ cm}^2$ i efikasnosti $\varepsilon = 25 \%$ postavljen na udaljenost $L = 1 \text{ m}$ od mete.

Zadatak 5.8 Nađite broj neutrona stvorenih po jediničnom vremenu u uranijskom reaktoru čija je toplinska snaga $P = 100$ MW ako je prosječni broj neutrona koji su oslobođeni pri svakom cijepanju jezgre jednak $\nu = 2,5$. U svakom cijepanju nastaje $E = 200$ MeV energije.

Zadatak 5.9 Koristeći zakone očuvanja impulsa i energije u sustavu centra mase, pokažite da je kinetička energija praga za nuklearnu reakciju

$$A(a, b)B$$

približno jednaka

$$(E_a)_{th} \approx -Q \left(1 + \frac{m_a}{m_A} \right)$$

Uputa: pogledajte Krane, Modern Physics u poglavlju o nuklearnim reakcijama i primjenama.

Zadatak 5.10 Izračunajte energiju praga za reakciju $p + {}^3\text{H} \rightarrow {}^2\text{H} + {}^2\text{H}$ pod sljedećim uvjetima:

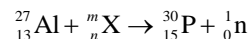
(a) ako protoni upadaju na tritone ${}^3\text{H}$ u mirovanju;

(b) ako tritoni upadaju na protone u mirovanju.

Koji od procesa je energijski efikasniji i koji se u načelu upotrebljava u eksperimentima?

Zadatak 5.11 Nađite energiju pobuđenja jezgre ${}^{207}\text{Pb}$ nakon što jezgra ${}^{206}\text{Pb}$ uhvati spori neutron. Mase jezgri iznose $m_{206} = 205,9744653$ u i $m_{207} = 206,9758969$ u. Masa neutrona iznosi $1,0086649$ u.

Zadatak 5.12 Odredite nedostajuće brojeve, odredite koja je jezgra X. Ova se nuklearna reakcija ne odvija spontano, da bi se dogodila kad aluminij miruje, kinetička energija X čestice mora biti najmanje $929,27$ MeV. Kolika je masa jezgre X?



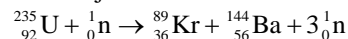
Mase čestica su $m_{\text{Al}} = 26,981$ u, $m_{\text{P}} = 30,974$ u, $m_{\text{n}} = 1,008$ u.

Zadatak 5.13 (a) Nađite energiju vezanja po nukleonu za jezgru ${}_8^{16}\text{O}$!

(b) Koliku energiju treba uložiti da bi se iz jezgre ${}_8^{16}\text{O}$ izbila α -čestica, pri čemu nastaje jezgra ${}_6^{12}\text{C}$?

Vrijedi: $m(\text{p}) = 1,00783$ u, $m(\text{n}) = 1,00867$ u, $m({}_2^4\text{He}) = 4,0026$ u, $m({}_8^{16}\text{O}) = 15,9949$ u, $m({}_6^{12}\text{C}) = 12,011$ u.

Zadatak 5.14 Izračunajte Q -vrijednost reakcije

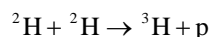


Q -vrijednost izrazite u dekadama elektronvolta. Mase čestica koje sudjeluju u reakciji dane u atomskim jedinicama mase iznose: $m({}_{92}^{235}\text{U}) = 235,0439$; $m({}_{36}^{89}\text{Kr}) = 88,9178$; $m({}_{56}^{144}\text{Ba}) = 143,9230$; $m(\text{n}) = 1,00867$. Je li energija tog iznosa oslobođena u reakciji ili je to energija potrebna da bi se reakcija ostvarila?

Zadatak 5.15 Stabilna jezgra, nakon apsorpcije neutrona, emitira elektron i nova se jezgra spontano raspada na dvije α -čestice. O kojoj se jezgri radi?

Zadatak 5.16 Koliko energije (u obliku γ -zraka) je potrebno za fotodezintegraciju jezgra ${}^7\text{Li}$ na $3\text{H} + 4\text{He}$? Fotodezintegracija je raspad atomske jezgre do kojeg dolazi kada foton velike energije udari pogodi jezgru.

Zadatak 5.17 Uzmimo 1 l vode i pretpostavimo da je 0,015 % D_2O (molekula vode od deuterija), dok je ostatak H_2O (molekula vode od "normalnog" vodika). Koliko energije bi se dobilo ako bi se sav deuterij pretvorio kroz sljedeću reakciju:



Zadatak 5.18 Izračunajte Q -vrijednost reakcije:



Upotrijebite: $m({}^{235}\text{U}) = 235,043922$ u, $m({}^{93}\text{Rb}) = 92,92195$ u, $m({}^{141}\text{Cs}) = 140,92005$ u, $m(\text{n}) = 1,00866$ u.

6 Interakcija zračenja i materije

Zadatak 6.1 Izračunajte specifični gubitak energije za deutron kinetičke energije 4 MeV koji se giba kroz dušik na normalnoj temperaturi i tlaku.

Zadatak 6.2 Točkasti izvor α -čestica energije 5,3 MeV smješten je u središtu sferne ionizacijske komore polumjera 14 cm. Pri kojim će vrijednostima tlaka zraka u komori struja zasićenja biti neovisna o tlaku?

Zadatak 6.3 Izračunajte početnu energiju elektrona ako je nakon prolaska kroz olovnu ploču debljine 5 mm prosječna energija elektrona 42 MeV.

Zadatak 6.4 (a) Nabijena čestica koja se jednoliko giba brzinom v kroz sredstvo indeksa loma n , emitira zračenje ako je brzina čestice veća od brzine svjetlosti u tom sredstvu c' . Upotrijebite zakone očuvanja impulsa i energije da pokažete da je kut θ pri kojem se emitira zračenje jednak

$$\cos \theta = \frac{c'}{v}$$

(b) Izračunajte kinetičku energiju praga za elektrone i protone pri kojem dolazi do Čerenkovljevo zračenja u sredstvu indeksa loma $n = 1,6$. Koje čestice imaju kinetičku energiju praga u navedenom sredstvu jednak 29,6 MeV?

Zadatak 6.5 Diferencijalni udarni presjek za raspršenje mekog rendgenskog zračenja na slobodnom elektronu glasi

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \theta)$$

gdje je r_e klasični polumjer elektrona, a θ je kut raspršenja fotona. Upotrijebite ovu formulu i nađite:

(a) Ukupni udarni presjek;

(b) Postotak fotona koji je raspršen unutar kuta $\theta_0 = 60^\circ$;

(c) Postotak elektrona koji se nakon raspršenja "odbije" u interval kutova 45° do 90° .

Uputa: pod (c) računajte kao da se radi o približno elastičnom raspršenju.

Zadatak 6.6 Ovisnost atomskog koeficijenta apsorpcije o valnoj duljini λ dana je formulom

$$\tau_a = CZ^4 \lambda^3$$

pri valnim duljinama $\lambda < \lambda_K$, gdje je λ_K valna duljina koja odgovara energiji vezanja elektrona u K -ljusci (K -rub), a C je konstanta koja ima jednaku vrijednost za sve materijale. Odredite:

(a) Maseni apsorpcijski koeficijent τ/ρ (ρ je masena gustoća) za rendgensko zračenje čija je valna duljina $\lambda = 1 \text{ \AA}$ u vanadiju ako je za aluminij $\tau/\rho = 40 \text{ cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$ pri valnoj duljini $\lambda = 1,44 \text{ \AA}$;

(b) Omjer masenih apsorpcijskih koeficijenata za rendgensko zračenje u kostima i tkivu ljudskog tijela. Poznato je da se kosti najvećim dijelom sastoje od kalcijevo fosfata $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ te da apsorpcija u tkivu nastaje zbog vode.

Zadatak 6.7 Plošni izvor γ -kvanata energije $E = 2 \text{ MeV}$ jednoliko je raspodijeljen po površini kružnog diska polumjera $R = 3 \text{ cm}$. Aktivnost izvora je $100 \text{ mCi} \cdot \text{cm}^{-2}$ (Ci – Curie), a broj γ -kvanata po raspadu iznosi jedan. Nađite brzinu ekspozicije P u točki na osi diska udaljenoj 6 cm od središta diska. Za zrak je maseni koeficijent apsorpcije $\tau/\rho = 0,0236 \text{ cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$ pri energijama γ -zračenja 2 MeV.

Zadatak 6.8 Koliki broj α -čestica energije 4,4 MeV koje apsorbira 1 g tkiva živog organizma odgovara ekvivalentnoj dozi ionizirajućeg zračenja jednako $H = 50 \text{ rem}$ (1 rem = 0,01 Sv)? Za α -čestice je faktor kvalitete zračenja jednak 10.

Zadatak 6.9 Izvor gama zračenja s energijama jednog kvanta $E = 1 \text{ MeV}$ jednoliko je raspodijeljen po ravnoj crti duljine $l = 10 \text{ cm}$. Intenzitet izvora glasi $J = 10^6$ kvanata po sekundi. Izračunajte dozu zračenja P u točki koja se nalazi na okomici kroz središte ravne crte i na udaljenosti $R = 5 \text{ cm}$ od središta crte. Koeficijent apsorpcije gama zračenja po jediničnoj gustoći za zrak iznosi $\tau = 3,57 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$.

Zadatak 6.10 Izračunajte kinetičku energiju elektrona pri kojoj je specifični gubitak energije u aluminiju zbog zračenja jednak 1/4 ukupnog gubitka energije elektrona.

Zadatak 6.11 Brzim elektronima koji su prošli kroz sloj tvari debljine 0,4 cm smanji se kinetička energija prosječno 25 % u odnosu na početnu kinetičku energiju. Nađite duljinu zračenja l_{rad} ako je poznato da elektron gubi energiju u najvećoj mjeri zbog zračenja.

Zadatak 6.12 Nađite kinetičku energiju elektrona koji emitira svjetlost pod kutom 30° u odnosu na smjer gibanja elektrona dok se giba kroz sredstvo indeksa loma $n = 1,5$.

Uputa: upotrijebite formulu za Čerenkovljevo zračenje.

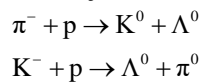
7 Elementarne čestice

Zadatak 7.1 Ispitajte koji je od zakona očuvanja narušen u sljedećim raspadima:

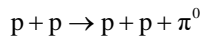
- (a) $\pi^+ \rightarrow e^+ + \gamma$
 (b) $\Lambda^0 \rightarrow p + K^-$
 (c) $\Lambda^0 \rightarrow \pi^- + \pi^+$
 (d) $\mu^- \rightarrow e^- + \gamma$

Zadatak 7.2 Nađite stranost S i hipernaboj Y neutralne elementarne čestice čija je projekcija izotopnog spina $I_z = +1/2$ i barionski broj $B = +1$. O kojoj se čestici radi?

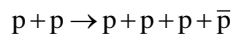
Zadatak 7.3 Izračunajte Q -vrijednost za reakcije:



Zadatak 7.4 Izračunajte kinetičku energiju praga reakcije za nastanak π^0 mezona iz reakcije

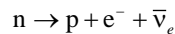


Zadatak 7.5 U Berkeleyu je 1956.g. izveden eksperiment u kojem se tražio antiproton. Reakcija koja se izvodila bila je



Kolika je kinetička energija praga za ovu reakciju?

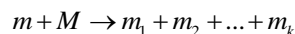
Zadatak 7.6 Opis raspada slobodnog neutrona glasi:



Ako je razlika atomskih masa neutrona i vodika $840 \mu u$, kolika je maksimalna kinetička energija K_{\max} energijskog spektra elektrona?

Zadatak 7.7 Hiperon Σ^+ kinetičke energije $K_\Sigma = 320 \text{ MeV}$ raspao se tijekom gibanja u neutralnu česticu i pion π^+ kinetičke energije $K_\pi = 42 \text{ MeV}$ pod pravim kutom u odnosu na gibanje hiperona. Nađite masu mirovanja neutralne čestice u MeV.

Zadatak 7.8 (a) Relativistička čestica mase mirovanja m sudari se s mirujućom česticom mase M te pokrene reakciju pri kojoj se stvaraju nove čestice



gdje su m_1, m_2, \dots, m_k mase mirovanja novostvorenih čestica. Iskoristite relativističku invarijantnost veličine

$$E^2 - p^2 c^2$$

i pokažite da je kinetička energija praga čestice mase m za ovu endotermnu reakciju jednaka

$$K_{th} = \frac{(m_1 + m_2 + \dots + m_k)^2 - (m + M)^2}{2M} c^2$$

(b) Pokažite da je izraz dobiven pod (a) ekvivalentan izrazu

$$K_{th} = (-Q) \frac{\text{ukupna masa svih čestica u reakciji}}{2M}$$

Zadatak 7.9 Nađite prosječni put $\langle l \rangle$ kojeg prevali pion čija je kinetička energija veća od energije mirovanja $\eta = 1,2$ puta. Prosječno vrijeme života veoma sporog piona iznosi $\tau_0 = 25,5 \text{ ns}$.

Zadatak 7.10 Relativistički K^0 mezon kinetičke energije K raspada se tijekom gibanja u dva π^0 mezona. Nađite:

- (a) pri kojoj kinetičkoj energiji K jedan od π^0 mezona miruje u laboratorijskom sustavu;
 (b) kut između π^0 mezona koji se simetrično razlete u odnosu na smjer od K^0 ako je $K = 100 \text{ MeV}$.

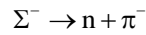
Zadatak 7.11 Pozitivni pion koji miruje u laboratorijskom sustavu, raspao se na mion i neutrino.

(a) Napišite simbolički ovaj čestični raspad.

(b) Nađite kinetičku energiju miona i energiju neutrina u laboratorijskom sustavu. Energiju mirovanja neutrina smijete zanemariti.

Uputa: energije mirovanja piona i miona nalaze se u pregledu formula.

Zadatak 7.12 Nađite kinetičku energiju neutrona pri raspadu mirujućeg Σ^- hiperona. Raspad možemo simbolički napisati u obliku



Zadatak 7.13 Mirujuća neutralna čestica raspala se u proton kinetičke energije $T = 5,3$ MeV i negativni pion. Nađite masu početne čestice. O kojoj se čestici radi?

Uputa: energije mirovanja protona i piona nalaze se u pregledu formula.

Zadatak 7.14 Kad su neutroni slobodne čestice, njihovo vrijeme poluraspada je 12,8 minuta. Odredite udaljenost za koju će snop neutrona energije 5 eV izgubiti polovinu neutrona.

LITERATURA

Dimić G. L. i Mitrinović M. D., *Zbirka zadataka iz fizike, viši kurs D*, Građevinska knjiga, Beograd, 1990.

Eisberg R. and Resnick R., *Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei and Particles*, 2nd ed., Wiley, New York, 1985.

Irodov I. E., *Problems in Atomic and Nuclear Physics*, Mir Publishers, Moscow, 1983.

Irodov I. E., *Problems in General Physics*, Mir Publishers, Moscow, 1988.

Gautreau R. and Savin W., *Modern Physics*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1999.

Krane K. S., *Modern Physics*, 4th ed., Wiley, Hoboken, NJ, 2020.

Lopac V., Kulišić P, i dr., *Riješeni zadaci iz elektromagnetskih pojava i strukture tvari*, Školska knjiga, Zagreb, 1992.

Purić J. M. i Đeniže S. I., *Zbirka rešenih zadataka iz atomske fizike*, Naučna knjiga, Beograd, 1979.

Stanić B. V. i Marković M. I., *Zbirka rešenih zadataka iz atomske fizike*, Naučna knjiga, Beograd, 1973.

Tipler P. A., Llewellyn R. A., *Modern Physics*, 6th ed., W. H. Freeman and Company, New York, 2012.