

NAPREDNA ELEKTRODINAMIKA

Pismeni ispit 10. 2. 2023.

ZADATAK 1 (a) Upotrijebite Faradayev zakon da pokažete da iz rubnog uvjeta $\mathbf{n} \times \mathbf{E}|_S = 0$ koji vrijedi na stijenkama cilindričkog valovoda, slijedi uvjet $\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}|_S = 0$ po stijenkama istog valovoda.
(b) Pokažite da obrat ne vrijedi.

ZADATAK 2 (a) Pretpostavimo da se elektromagnetsko polje širi nemagnetskim sredstvom čiji se indeks loma mijenja u prostoru, $n = n(\mathbf{r})$. Pod kojim uvjetom vrijedi jednadžba

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{n^2(\mathbf{r})}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad ?$$

Permitivnost sredstva i indeks loma povezani su relacijom $n^2(\mathbf{r}) = \epsilon(\mathbf{r})/\epsilon_0$.

(b) Neka se indeks loma mijenja po zakonu

$$n(\rho) = n_0(1 - \alpha^2 \rho^2)$$

gdje je ρ udaljenost od središnje osi optičkog kabela. Iskoristite rezultat pod (a) i pokažite da je

$$E = E(\rho) \exp[i(kz - \omega t)] \mathbf{e}_\phi$$

rješenje gornje jednadžbe za električno polje i jednadžbe

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

gdje $E(\rho)$ veoma brzo trne u nulu. Koji funkcijski oblik mora imati $E(\rho)$?

Uputa: pod (b) uzmite da je

$$n^2(\rho) \approx n_0(1 - 2\alpha^2 \rho^2)$$

odnosno, da se indeks loma mijenja sporo na skali promjene polja.

ZADATAK 3 Vrlo duga žica, male površine poprečnog presjeka A , podudara se sa z -osi. Žicom protječe struja $I(t) = I \exp(-i\omega t)$.

(a) Upotrijebite Poyntingov vektor da odredite ovisnost polja zračenja o varijabli ρ koja pokazuje udaljenost od žice.

(b) Magnetska komponenta polja zračenja stvorenog od vremenski-ovisnog električnog dipola $p(t)$ koji je u ishodištu glasi

$$c\mathbf{B}_{rad}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{e}_r}{r} \times \frac{d\mathbf{p}(t-r/c)}{dt^2}$$

Objasnite zašto magnetsku komponentu polja zračenja koju stvara žica možemo razmatrati kao superpoziciju polja vremenski-ovisnog električnog dipola.

(c) Izračunajte superpoziciju spomenutu pod (b) i potvrdite svoj odgovor pod (a). Pojednostavite integral koje dobijete uz pretpostavku $z \ll \rho$ (bez obzira na to što izgleda kao da pretpostavka nije uvijek zadovoljena) te opravdajte aproksimaciju nakon proračuna.

ZADATAK 4 Izvedite Maxwelllove jednadžbe za polja u dielektriku koji se giba i u kojem je $\rho = 0$ i $\mathbf{J} = 0$ tako da povežete polja \mathbf{E} i \mathbf{B} s polarizacijom \mathbf{P} i magnetizacijom \mathbf{M} , te međusobno. Pretpostavite da je brzina dielektrika V dovoljno mala pa je $\gamma \approx 1$. Primijetite da se polarizacija \mathbf{P} i magnetizacija \mathbf{M} gibaju zajedno s dielektrikom.