

NAPREDNA ELEKTRODINAMIKA

Treći kolokvij 18. 1. 2024.

ZADATAK 1 (a) Pomoću Fourierove superpozicije različitih frekvencija ili ekvivalentnom metodom, pokažite da je za realni električni dipolni moment $\mathbf{p}(t)$ trenutna snaga zračenja po jediničnom prostornom kutu na udaljenosti r od dipola u smjeru $\mathbf{n} = \mathbf{e}_r$ jednaka

$$\frac{dP(t)}{d\Omega} = \frac{Z_0}{16\pi^2 c^2} \left| \left[\mathbf{n} \times \frac{d^2 \mathbf{p}(t')}{dt'^2} \right] \times \mathbf{n} \right|^2$$

gdje je $t' = t - r/c$ retardirano vrijeme. Ponovite ukratko račun za magnetski moment $\mathbf{m}(t)$ i pokažite da se također dobije gornja formula uz zamjenu

$$(\mathbf{n} \times \ddot{\mathbf{p}}) \times \mathbf{n} \rightarrow \frac{1}{c} \dot{\mathbf{m}} \times \mathbf{n}$$

(b) Kao i pod (a), izračunajte trenutnu snagu zračenja po jediničnom prostornom kutu za realni tenzor kvadrupolnog momenta $Q_{\alpha\beta}(t)$

$$Q_{\alpha\beta}(t) = \int (3x_\alpha x_\beta - r^2 \delta_{\alpha\beta}) \rho(\mathbf{r}, t) d^3 r$$

za realnu gustoću naboja $\rho(\mathbf{r}, t)$. Rezultat koji trebate dobiti je:

$$\frac{dP(t)}{d\Omega} = \frac{Z_0}{576\pi^2 c^4} \left| \left[\mathbf{n} \times \frac{d^3 \mathbf{Q}(\mathbf{n}, t')}{dt'^3} \right] \times \mathbf{n} \right|^2$$

Komponente vektora $\mathbf{Q}(\mathbf{n}, t)$ dane su formulom

$$Q_\alpha = \sum_\beta Q_{\alpha\beta} n_\beta$$

Uputa: primijetite da se Fourierov transformat vektorskog potencijala po vremenu može zapisati u obliku

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{i\mu_0 \omega}{4\pi r} e^{i(\omega/c)r} \mathbf{K}(\omega)$$

gdje je $\mathbf{K}(\omega) \rightarrow -\mathbf{p}(\omega)$ za električni dipol, $\mathbf{K}(\omega) \rightarrow (1/c)\mathbf{n} \times \mathbf{m}(\omega)$ za magnetski dipol te $\mathbf{K}(\omega) \rightarrow i(\omega/6c)\mathbf{Q}(\omega)$ električni kvadrupol (pogl. Jackson, str. 410-414). Trenutna snaga zračenja po jediničnom prostornom kutu računa se pomoću formule:

$$\frac{dP(t)}{d\Omega} = r^2 \mathbf{n} \cdot [\mathbf{E}(t) \times \mathbf{H}(t)]$$

ZADATAK 2 Nađite diferencijalni udarni presjek u Bornovoj aproksimaciji za raspršenje EM zračenja na česticama Drudeove plazme čija gustoća eksponencijalno pada s udaljenosti od ishodišta

$$n(r) = n_0 e^{-\kappa r}$$

gdje su $n_0 > 0$ i $\kappa > 0$ konstante.