

# NAPREDNA KVANTNA MEHANIKA

Treći kolokvij 1. 2. 2024.

## ZADATAK 1

Operatore stvaranja i poništenja za *bozone* definiramo na sljedeći način:

$$a_i^\dagger |n_1 n_2 \dots n_i \dots n_\infty\rangle = \sqrt{n_i + 1} |n_1 n_2 \dots n_i + 1, \dots n_\infty\rangle$$

$$a_i |n_1 n_2 \dots n_i \dots n_\infty\rangle = \sqrt{n_i} |n_1 n_2 \dots n_i - 1, \dots n_\infty\rangle$$

Pokažite da za operatore stvaranja i poništenja vrijede komutacijske relacije

$$[a_k, a_l^\dagger] = a_k a_l^\dagger - a_l^\dagger a_k = \delta_{kl}$$

$$[a_k, a_l] = [a_k^\dagger, a_l^\dagger] = 0$$

## ZADATAK 2

(a) Na vježbama smo spomenuli da operator

$$\Sigma \cdot \hat{\mathbf{n}}$$

gdje je  $\hat{\mathbf{n}}$  proizvoljan jedinični vektor, ne komutira s Diracovim hamiltonijanom. Nasuprot tome, operator heliciteta

$$\Sigma \cdot \hat{\mathbf{p}}$$

komutira s Diracovim hamiltonijanom, gdje je  $\hat{\mathbf{p}}$  jedinični vektor u smjeru operatora impulsa. Dokažite ovu tvrdnju.

(b) Pokažite da su  $\pm 1$  svojstvene vrijednosti operatora heliciteta.

(c) Pokažite da je operator heliciteta rotacijski invarijantan.