

NAPREDNA KVANTNA MEHANIKA

Drugi kolokvij 21. 12. 2023.

ZADATAK 1 Razmotrite sustav koji se sastoji od dvije čestice spina $1/2$. Promatrač A mjeri komponente spina jedne od čestica (s_{1x} , s_{1z} , ...) dok promatrač B mjeri komponente spina druge čestice. Pretpostavimo da je poznato da je sustav u singletnom spinskom stanju, odnosno, da je ukupni spin $S_{\text{total}} = 0$.

(a) Kolika je vjerojatnost da će promatrač A dobiti vrijednost $s_{1z} = \hbar/2$ ako promatrač B ne izvrši mjerenje? Isto pitanje za $s_{1x} = \hbar/2$.

(b) Promatrač B mjerenjem utvrdi da je čestica 2 sigurno u stanju $s_{2z} = \hbar/2$. Što možemo zaključiti o ishodu mjerenja promatrača A ako, (i) A izmjeri s_{1z} , (ii) A izmjeri s_{1x} ? Objasnite!

ZADATAK 2 Pretpostavite da su oba elektrona u helijevom atomu ili u heliju sličnom ionu u kvantnom stanju opisanom jednakom valnom funkcijom

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \beta^{-3/2} e^{-r/\beta}$$

Za koju će vrijednost β prosječna vrijednost hamiltonijana za dva elektrona

$$H = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\mathbf{p}_i^2}{2\mu} - \frac{Ze^2}{r_i} \right) + \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}$$

biti minimalna? Pri tome je μ reducirana masa za elektron i jezgru, a Ze naboj jezgre.

Uputa: za proračun prosjeka za jednočestični dio hamiltonijana, koristite virijalni teorem. Za proračun dvočestičnog dijela, koristite razvoj funkcije $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{-1}$ po sfernim harmonicima.

ZADATAK 3 (a) Za potencijal

$$V(r) = \frac{V_0}{r^2 + a^2}$$

izračunajte veličinu $\Delta(b)$ u eikonalnoj aproksimaciji.

(b) Pretpostavimo da uspijemo "ugasiti" potencijal pod (a) za $r \geq r_0$. Izračunajte $\Delta(b)$ u ovom slučaju.

(c) Za potencijal pod (b), ako je r_0 jako velik, napišite izraz za amplitudu raspršenja u eikonalnoj aproksimaciji pomoću integrala.