

OSNOVE KVANTNE MEHANIKE

Prvi kolokvij 18. 4. 2023.

ZADATAK 1

Razmotrite sustav čija je valna funkcija u $t = 0$ jednaka

$$\Psi(x, 0) = \frac{3}{\sqrt{50}} \psi_1(x) + \frac{4}{\sqrt{50}} \psi_2(x) + \frac{1}{\sqrt{6}} \psi_3(x)$$

gdje su $\psi_n(x)$ rješenja stacionarne Schrödingerove jednadžbe za beskonačnu potencijalnu jamu širine a .

(a) Nađite prosječnu energiju ovog sustava u $t = 0$.

(b) Nađite valnu funkciju $\Psi(x, t)$. Kolika je prosječna vrijednost energije za $t \neq 0$? Usporedite s (a).

ZADATAK 2

Razmotrite česticu mase m koja se giba pod utjecajem gravitacije. Hamiltonijan za ovaj problem glasi

$$H = \frac{p_z^2}{2m} + mgz$$

gdje je z visina u odnosu na površinu Zemlje.

(a) Izračunajte:

$$\frac{d\langle z \rangle}{dt}, \quad \frac{d\langle p_z \rangle}{dt}, \quad \frac{d\langle H \rangle}{dt}$$

(b) Napišite diferencijalnu jednadžbu za $\langle z \rangle$ i riješite je. Pretpostavite da je $\langle z \rangle$ u trenutku $t = 0$ jednaka z_0 i da je $\langle p_z \rangle$ u $t = 0$ jednak p_0 . Je li dobiveni rezultat sličan onome iz klasične fizike?

ZADATAK 3

Zadana su dva hermitska operatora A i B . Dokažite relaciju

$$\frac{d}{dt} \langle AB \rangle = \left\langle \frac{\partial A}{\partial t} B \right\rangle + \left\langle A \frac{\partial B}{\partial t} \right\rangle + \frac{1}{i\hbar} \langle [A, H] B \rangle + \frac{1}{i\hbar} \langle A [B, H] \rangle$$

gdje je H hamiltonijan.