

OSNOVE KVANTNE MEHANIKE

Drugi kolokvij 19. 5. 2022.

ZADATAK 1 Promotrite sustav od dva elektrona koji su u kvantnom stanju sa suprotno orijentiranim z -komponentama spina. Izračunajte prosječnu vrijednost spina \mathbf{S}^2 u navedenom kvantnom stanju.

ZADATAK 2 (a) Izračunajte energije aksijalno simetričnog rotatora čiji je hamiltonijan zadan izrazom

$$H = \frac{L_x^2 + L_y^2}{2I_1} + \frac{L_z^2}{2I_2}$$

gdje su I_1 i I_2 momenti inercije rotatora.

(b) Kolika je degeneracija?

(c) Stavimo rotator u magnetsko polje $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$. Pretpostavimo da se u prvoj aproksimaciji rotator može opisati modelom magnetskog dipola $\boldsymbol{\mu}_L = (q/2m)\mathbf{L}$, gdje je q naboj, a m masa rotatora. Kolike su sada energije i dokida li se degeneracija? Pojasnite na primjeru $l = 1$.

Uputa: pod (a), prisjetite se da je $\mathbf{L}^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$.

ZADATAK 3 Elektron u vodikovom atomu je u kvantnom stanju s glavnim kvantnim brojem $n = 2$ i orbitalnim kvantnim brojem $l = 1$. Izračunajte vjerojatnost da elektron nađemo dalje od jezgre nego što dopušta klasična mehanika, odnosno, u klasično nedozvoljenom području.

Uputa: radijalna valna funkcija za stanje $n = 2, l = 1$ glasi

$$R_{21}(r) = \frac{1}{2\sqrt{6}} a_0^{-3/2} \left(\frac{r}{a_0} \right) e^{-r/2a_0}$$

ZADATAK 4 Razmotrite sustav od tri neinteragirajuće čestice koje se gibaju u 1D beskonačnoj potencijalnoj jami

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a \\ \infty, & \text{drugo} \end{cases}$$

(a) Odredite energiju osnovnog i prvog pobuđenog stanja za ovaj sustav ako se radi o identičnim fermionima spina $1/2$.

(b) Usporedite energije pod (a) s odgovarajućim energijama čestica spina 0 , ali iste mase koje možemo razlikovati.

(c) Napišite valne funkcije za osnovno i prvo pobuđeno stanje za čestice pod (a).