

KVANTNA MEHANIKA

Zadaci za vježbe 3. 4. 2025.

8 Valne funkcije i vektori stanja

8.1 Čestica je u kvantnom stanju opisanom valnom funkcijom

$$\Psi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2L}}, & |x| \leq L \\ 0, & |x| > L \end{cases}$$

- (a) Kolika je gustoća vjerojatnosti $\rho(p)$ nalaženja čestice s impulsom p ?
 (b) Nacrtajte gustoću vjerojatnosti $\rho(p)$ i diskutirajte povezanost s relacijom neodređenosti.
 (c) Neka je ρ_1 gustoća vjerojatnosti nalaženja čestice s impulsom $\hbar/(4L)$. Pokažite da je

$$\frac{\rho_1}{\rho(p=0)} = \frac{4}{\pi^2}$$

8.2 Nadite valnu funkciju iz impulsnog prostora $\Phi_n(p, t)$ za n -to stacionarno stanje za problem beskonačne, pravokutne potencijalne jame širine a . Konstruirajte $|\Phi_n|^2$. Pokažite da je $|\Phi_n|^2$ konačan za $p = \pm n\pi\hbar/a$.

8.3 Izračunajte matrični element $\langle x' | H | \alpha \rangle$ gdje je $|\alpha\rangle$ po volji odabran ket, a H hamiltonijan

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(x)$$

Kako će se rezultat promijeniti ako je $|\alpha\rangle$ svojstveni vektor od H ?

8.4 Napišite vremenski neovisnu Schrödingerovu jednadžbu u p -reprezentaciji.

8.5 Pokažite da je svojstvena funkcija operatora položaja x jednaka delta funkciji $\delta(x - x')$, a odgovarajuća svojstvena vrijednost x' .

8.6 Pokažite da vrijedi

$$\langle p' | x | \alpha \rangle = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial p'} \langle p' | \alpha \rangle$$