

KVANTNA MEHANIKA

Zadaci za vježbe 26. 5. 2025.

18 Vremenski neovisan račun smetnje: nedegenerirana stanja

18.1 Pretpostavimo da unutar jednodimenzionalne, beskonačne potencijalne jame na mjestu $x = a/2$ uključimo smetnju oblika delta funkcije

$$H' = \alpha \delta(x - a/2)$$

gdje je α konstanta.

- (a) Nađite korekcije prvog reda za dozvoljene energije. Objasnite zašto nema promjena u energijama za parni n .
- (b) Nađite korekcije drugog reda za energije.

18.2 Za linearni harmonički oscilator dozvoljene energije su oblika

$$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$$

gdje je $\omega = (k/m)^{1/2}$ klasična frekvencija. Pretpostavimo sada da se konstanta opruge malo promijeni, na primjer, tako da oprugu grijemo ili hladimo

$$k \rightarrow (1 + \varepsilon)k$$

- (a) Nađite točne energije za hamiltonijan sa novom konstantom opruge. Dobivenu energiju razvijte u red po potencijama od ε do uključivo članova drugog reda.
- (b) Izračunajte pomoću računa smetnje korekcije prvog reda za energije. Koliki je H' ? Usporedite dobiveni rezultat sa onim pod (a).
- (c) Izračunajte korekciju drugog reda za energiju osnovnog stanja. Provjerite da li je rezultat suglasan točnom rezultatu dobivenom pod (a).

18.3 Nabijenu česticu koja titra kao jednodimenzionalni harmonički oscilator stavimo u slabo električno polje K . Potencijal se promijeni za $H' = -qKx$.

- (a) Pokažite da je korekcija prvog reda u računu smetnje jednaka nuli. Izračunajte korekciju drugog reda.
- (b) Točne energije našli smo u Problemu 16.5. Pokažite da je rezultat pod (a) konzistentan točnom rezultatu.

18.4 Ravninski rotator (čestica koja se giba u ravnini na konstantnom radijusu) momenta inercije I i električnog dipolnog momenta $\mathbf{p}$ stavljen je u homogeno i slabo električno polje K , čiji je smjer paralelan ravnini u kojoj je rotator. Ako $H' = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{K}$ uzmemo kao smetnju, izračunajte korekciju energetske nivoa rotatora u prvom neishčezavajućem redu.

18.5 Izračunajte korekciju u prvom redu računa smetnje za energiju osnovnog stanja vodikovog sličnog iona koja nastaje ako jezgru ne smatramo točkom, već kuglom radijusa R unutar koje je homogeno raspodijeljen naboj Ze .

18.6 Hamiltonijan krutog rotatora u magnetskom polju okomitom na x -os je oblika

$$H = AL^2 + BL_z + CL_y$$

ako zanemarimo član koji sadrži kvadrat magnetskog polja.

- (a) Nađite točne svojstvene vrijednosti (energije) i svojstvene vektore za H .
- (b) Ako je $B \gg C$, upotrijebite račun smetnje drugog reda da dobijete približne vrijednosti za energije. Usporedite s rezultatom dobivenim pod (a).