

# Dva zadatka o Dva zadatka o tajanstvenim mjehurićima tajanstvenim mjehurićima

**VELIMIR LABINAC**  
Odsjek za fiziku, Filozofski fakultet u Rijeci  
E-mail: velimir.labinac@ri.hinet.hr

**TARZAN LEGOVIĆ**  
Institut "Ruder Bosković", Zagreb  
E-mail: legovic@irb.hr

**PowerPoint prezentacija o mjehurićima  
u gaziranim pićima za srednjoškolce**



### Diskusija rješenja

- brzina povećavanja polumjera mjehurića je konstantna
- usporedba s jednolikim pravocrtnim gibanjem
- izmjerene vrijednosti za početni polumjer i brzinu povećavanja polumjera

### Diskusija rješenja

- razmak između mjehurića povećava se što su oni bliže površini i to je jasan pokazatelj povećanja brzine
- kod procjene brzina za otporni broj uzeli smo vrijednost  $c = 3$  što odgovara Reynoldsovom broju  $Re = 10$  za kuglu
- za ocjenu početne brzine dobiva se  $4 \text{ cms}^{-1}$
- za ocjenu brzine blizu površine dobiva se  $5,6 \text{ cms}^{-1}$

### Rješavanje zadatka

- vremenske derivacije zamijenili smo kvocjentom konačnog prirasta veličine i vremena (na primjer, brzina porasta broja molekula  $\text{CO}_2$  je  $\Delta N / \Delta t$ )
- promjena obujma za malu promjenu polumjera izvedena je u malom rječniku fizikalnih pojmova

### Rješavanje zadatka

- koristimo rješenje Zadataka 1 gdje smo utvrdili da se polumjer jednoliko povećava
- gibanje mjehurića nije jednoliko, niti jednoliko ubrzano
- iz grafa zapažamo da je gibanje mjehurića približno jednoliko ubrzano

### Postavljanje zadatka

- napisati jednadžbu kontinuiteta
- napisati jednadžbu stanja idealnog plina
- odrediti brzinu povećavanja polumjera mjehurića

### Postavljanje zadatka

- napisati jednadžbu gibanja mjehurića
- zanemariti težinu mjehurića i "inercijski" član  $Ma$
- zanemarenja su povezana s vrijednošću Reynoldsovog broja
- odrediti brzinu podizanja mjehurića i nacrtati graf brzine kao funkcije vremena

### Objašnjenje pojave

- hidrostatski tlak nije uzrok povećavanja polumjera mjehurića
- mjehurić skuplja molekule  $\text{CO}_2$  i tako povećava masu i volumen
- brzina porasta broja molekula  $\text{CO}_2$  u mjehuriću proporcionalna je površini mjehurića
- brzina porasta broja molekula  $\text{CO}_2$  u mjehuriću proporcionalna je brzini promjene njegovog volumena

### Objašnjenje pojave

- na mjehurić koji se podiže djeluju sila uzgona, težina i sila otpora u tekućini
- za silu otpora uzimamo da se vlada po kvadratnom zakonu

### Olovka i papir pored računala

- prvi cilj prezentacije je da aktivira učenika kroz problemske zadatke koji su zadani
- za ostvarenje tog cilja nužno je da učenik ima papir i olovku pored računala

### Metodički elementi

### Mali rječnik fizikalnih pojmova

- na posebnim stranicama u prezentaciji objašnjeni su važniji fizikalni pojmovi koji se spominju u tekstu
- na stranice s pojmovima dolazi se iz glavnog teksta klikom na posebnu sličicu

### Upotreba animacija i zvuka

- pored uobičajnog korištenja animacija za pokazivanje dinamike gibanja i povećavanja mjehurića, animaciju s elementima humora koristili smo kao "crtani film" za motiviranje učenika
- zvukovi su upotrijebljeni u iste svrhe kao i video-igre: kod pritiska na sličice, kod promjene slideova, da se naglasi početak novog dijela prezentacije

### Kućni eksperiment

- učenik može izmjeriti vrijeme podizanja mjehurića pomoću štoperice na ručnom satu i provjeriti valjanost teorije
- na taj se način uspostavlja nužna veza između eksperimenta i teorije

Mjehurići  $\text{CO}_2$  u čaši gazirane vode ili pivu početno nastaju od nakupina molekula  $\text{CO}_2$  na dnu ili rubovima čaše. Kad se masa mjehurića dovoljno poveća, oni se otrgnu od podloge i počnu se podizati povećavajući svoj obujam i masu iz otopljenog ugljikovog dioksida u promatranoj tekućini.

Razmorena su dva problema: povećavanje obujma mjehurića i podizanje mjehurića.

Povećavanje obujma nastaje zbog porasta broja molekula  $\text{CO}_2$  koje mjehurić skuplja na putu od dna čaše do površine. Pomoću jednadžbe kontinuiteta i jednadžbe stanja idealnog plina dobivena je jednadžba za brzinu promjene polumjera mjehurića. Iz te je jednadžbe nađena jednostavna, linearna veza polumjera i vremena.

Uzrok podizanja mjehurića je uzgon. U jednadžbi gibanja mjehurića, pored uzgona, javljaju se sila otpora sredstva (sila uslijed viskoznosti sredstva) i težina. Jednadžba je pojednostavljena pretpostavkom da je inercijska sila zanemariva u odnosu na viskoznu silu, a težina u odnosu na uzgon. Potom je korištena empirijska veza između otpornog broja (aerodinamičkog faktora) i Reynoldsovog broja da se dobije numerički izraz za funkcijsku vezu prevaljenog puta i vremena.

Numeričko rješenje drugog zadatka nije bilo prihvatljivo za srednjoškolsku upotrebu te smo željeli dobiti što točnije približno, analitičko rješenje. Upotrijebili smo kvadratni zakon otpora i dobili dobro slaganje s podacima iz članka.

Povezivanje različitih područja fizike je ključno u problemskoj i istraživačkoj nastavi. U članku kojeg smo koristili, povezana su mehanika fluida, teorija idealnih plinova, mehanika čestica i transportna teorija.

Članak smo prvo preradili tako da je matematički dostupan srednjoškolskim učenicima, našli analitičko rješenje (za razliku od numeričkog rješenja u članku), a zatim ga uobličili u PowerPoint prezentaciji. Prezentacija vodi učenika kroz zadatak pomoću teksta, zvuka, slika i animacija, ali uz papir i olovku pored tipkovnice i miša.

Za uspjeh moderne nastave potrebno je više inovativnih, problemskih zadataka praćenih animacijama, interaktivnim Java apletima, zvukom i slikama. Tako bi se lakše probudio interes učenika za studij fizike i primjenu.

### Literatura:

1. Shafer, N., E., Zare, R., N., Through A Beer Glass Darkly, Physics Today, October 1991
2. Faber, T., E., Fluid Dynamics for Physicists, Cambridge University Press, Cambridge, 1995
3. Tritton, D., J., Physical Fluid Dynamics, Oxford University Press, Oxford, 1988

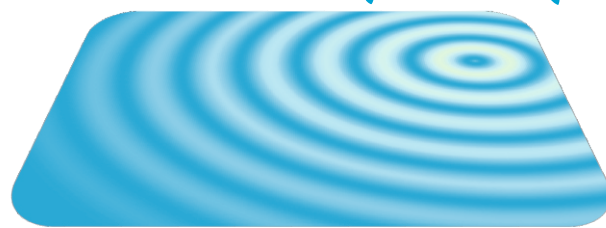
## Zadatak 2

## Kojom se brzinom mjehurići gibaju?

### Jednadžba kontinuiteta

U prezentaciji se javlja jednadžba 
$$\frac{dN}{dt} = \alpha(4\pi r^2) \quad (1)$$
 za koju nismo dali posebno objašnjenje jer prelazi okvire srednjoškolske fizike. Ovdje je  $N$  broj molekula  $\text{CO}_2$  unutar mjehurića,  $\alpha$  konstanta proporcionalnosti, a  $4\pi r^2$  površina sfernog mjehurića. Pokušat ćemo sažeto objasniti kako se gornja jednadžba može izvesti. Ako krenemo od jednadžbe kontinuiteta za gustoću struje  $J$  molekula  $\text{CO}_2$  koja ide prema mjehuriću i gustoću  $\rho$  (mase)  $\text{CO}_2$  unutar mjehurića 
$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\partial \rho / \partial t$$
 pa integriramo po volumenu mjehurića  $V$ , koristimo teorem o divergenciji i dobivamo 
$$\int_V (\nabla \cdot \mathbf{J}) dV = \oint_S (\mathbf{J} \cdot \mathbf{n}) dS$$
 
$$\int_V \partial \rho / \partial t dV = d/dt \int_V \rho dV = dm/dt$$
 gdje je  $m$  masa  $\text{CO}_2$  unutar mjehurića. Masu možemo izraziti pomoću mase jedne molekule  $m_0$  i broja molekula  $N$  kao  $m = m_0 N$  pa je lijeva strana jednadžbe (1) pokazana. Za konstantnu struju molekula koja radijalno protiče prema centru mjehurića je  $\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} = -J = \text{konst.}$  pa za plošni integral pišemo 
$$\oint_S (\mathbf{J} \cdot \mathbf{n}) dS = -J \oint_S dS = -J(4\pi r^2)$$
 čime smo dokazali i desnu stranu jednadžbe (1).

### Odsjek za fiziku



Odsjek za fiziku, Filozofski fakultet - Rijeka  
Omladinska 14, 51000 RIJEKA  
(051) 345042