

TEORIJSKA FIZIKA I PRIMJENE II

Drugi kolokvij 9. 6. 2022.

ZADATAK 1

Čestica ima valnu funkciju

$$\psi(\mathbf{r}) = x^2 + y^2 - 2z^2.$$

- (a) Pokažite da je navedena funkcija, svojstvena funkcija operatora angularnog momenta $\mathbf{L}^2$ i L_z .
- (b) Koliki su kvantni brojevi l i m za funkciju nađenu pod (a)?
- (c) Nađite valnu funkciju koja ima isti kvantni broj l , a maksimalni broj m .

ZADATAK 2

Pretpostavimo da je čestica sa spinom $1/2$ u stanju

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1+i \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Koja je vjerojatnost da mjerenjem S_z dobijemo vrijednost $+\hbar/2$, koja da dobijemo $-\hbar/2$?
- (b) Koja je vjerojatnost da mjerenjem S_x dobijemo vrijednost $+\hbar/2$, a koja da dobijemo $-\hbar/2$?
- (c) Izračunajte prosječnu vrijednost od S_x u stanju χ .

ZADATAK 3

Promotrite sljedeću varijacijsku probnu valnu funkciju za harmonijski oscilator frekvencije ω :

$$\psi = \begin{cases} C(a - |x|), & |x| \leq a \\ 0, & \text{drugo} \end{cases}.$$

- (a) Odredite vrijednost realnog parametra a kojim se energija osnovnog stanja minimizira.
- (b) Kolika je procjena energije osnovnog stanja za danu probnu funkciju? Usporedite je s točnom energijom.

Uputa: primijetite da je $\psi'' = C\delta(x+a) - 2C\delta(x) + C\delta(x-a)$.

ZADATAK 4

Elektron u vodikovom atomu nalazi se u osnovnom stanju. Odredite korekciju prvog reda za energiju osnovnog stanja ako na elektron djeluje mala smetnja oblika $H' = \alpha r^2$ gdje je α konstanta.